

Introducción a ML I

José de Jesús Lavalle Martínez

<http://aleteya.cs.buap.mx/~jlavalle/>

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Facultad de Ciencias de la Computación
Licenciatura en Ciencias de la Computación
Fundamentos de Lenguajes de Programación
CCOS 255

Otoño 2020

- 1 Cálculos en ML
- 2 Funciones sobre listas
- 3 Ejercicios

Para hacer un cálculo en ML requerimos:

- 1 Evaluar una función (puede ser una función interconstruida en el lenguaje o definida por el usuario).

Para hacer un cálculo en ML requerimos:

- 1 Evaluar una función (puede ser una función interconstruida en el lenguaje o definida por el usuario).
- 2 Las funciones tienen argumentos, los cuales deben ser de algún tipo (puede ser un tipo interconstruido en el lenguaje o definido por el usuario).

El mecanismo para hacer cálculos en ML I

Para hacer un cálculo en ML requerimos:

- 1 Evaluar una función (puede ser una función interconstruida en el lenguaje o definida por el usuario).
- 2 Las funciones tienen argumentos, los cuales deben ser de algún tipo (puede ser un tipo interconstruido en el lenguaje o definido por el usuario).
- 3 Como ejemplos, tenemos todas las funciones que definimos en la primera sesión de introducción a ML, en ella construimos funciones sobre los números enteros.

El mecanismo para hacer cálculos en ML I

Para hacer un cálculo en ML requerimos:

- 1 Evaluar una función (puede ser una función interconstruida en el lenguaje o definida por el usuario).
- 2 Las funciones tienen argumentos, los cuales deben ser de algún tipo (puede ser un tipo interconstruido en el lenguaje o definido por el usuario).
- 3 Como ejemplos, tenemos todas las funciones que definimos en la primera sesión de introducción a ML, en ella construimos funciones sobre los números enteros.
- 4 Los enteros (`int`), reales (`real`), booleanos (`bool`), cadenas (`string`) y listas (`list`), entre otros, son tipos interconstruidos en ML.

- 1 Los tipos nos sirven para clasificar la información de acuerdo a sus características intrínsecas.

- 1 Los tipos nos sirven para clasificar la información de acuerdo a sus características intrínsecas.
- 2 Los tipos definidos por el usuario en ML son de tres variedades:

- 1 Los tipos nos sirven para clasificar la información de acuerdo a sus características intrínsecas.
- 2 Los tipos definidos por el usuario en ML son de tres variedades:
 - 1 finitos,

- 1 Los tipos nos sirven para clasificar la información de acuerdo a sus características intrínsecas.
- 2 Los tipos definidos por el usuario en ML son de tres variedades:
 - 1 finitos,
 - 2 potencialmente infinitos y

- 1 Los tipos nos sirven para clasificar la información de acuerdo a sus características intrínsecas.
- 2 Los tipos definidos por el usuario en ML son de tres variedades:
 - 1 finitos,
 - 2 potencialmente infinitos y
 - 3 genéricos.

- 1 Los tipos nos sirven para clasificar la información de acuerdo a sus características intrínsecas.
- 2 Los tipos definidos por el usuario en ML son de tres variedades:
 - 1 finitos,
 - 2 potencialmente infinitos y
 - 3 genéricos.
- 3 Un tipo en ML se define dando los **constructores** de ese tipo.

Tipos finitos I

Los tipos finitos se construyen dando explícitamente los elementos del tipo, los elementos son los constructores del tipo.

Tipos finitos I

Los tipos finitos se construyen dando explícitamente los elementos del tipo, los elementos son los constructores del tipo.

- Si queremos definir el tipo que representa las figuras de una carta americana hacemos lo siguiente:

```
datatype figuras = pica | trebol | diamante | corazon;
```

Los tipos finitos se construyen dando explícitamente los elementos del tipo, los elementos son los constructores del tipo.

- Si queremos definir el tipo que representa las figuras de una carta americana hacemos lo siguiente:

```
datatype figuras = pica | trebol | diamante | corazon;
```

```
- datatype figuras = pica | trebol | diamante | corazon;
```

```
> New type names: =figuras
```

```
datatype figuras =
```

```
(figuras,
```

```
  {con corazon : figuras,
```

```
   con diamante : figuras,
```

```
   con pica : figuras,
```

```
   con trebol : figuras})
```

```
con corazon = corazon : figuras
```

```
con diamante = diamante : figuras
```

```
con pica = pica : figuras
```

```
con trebol = trebol : figuras
```

```
-
```

Tipos finitos I

Los tipos finitos se construyen dando explícitamente los elementos del tipo, los elementos son los constructores del tipo.

- Si queremos definir el tipo que representa las figuras de una carta americana hacemos lo siguiente:

```
datatype figuras = pica | trebol | diamante | corazon;
```

```
- datatype figuras = pica | trebol | diamante | corazon;
```

```
> New type names: =figuras
```

```
datatype figuras =
```

```
(figuras,
```

```
  {con corazon : figuras,
```

```
   con diamante : figuras,
```

```
   con pica : figuras,
```

```
   con trebol : figuras})
```

```
con corazon = corazon : figuras
```

```
con diamante = diamante : figuras
```

```
con pica = pica : figuras
```

```
con trebol = trebol : figuras
```

```
-
```

```
- corazon;
```

```
> val it = corazon : figuras
```

```
- diamante;
```

```
> val it = diamante : figuras
```

```
-
```

Tipos finitos II

- Si queremos definir los dígitos de nuestros términos aritméticos:

```
datatype digi = d0 | d1 | d2 | d3 | d4 | d5 | d6 | d7 | d8 | d9;
```

- Si queremos definir los dígitos de nuestros términos aritméticos:

```
datatype digi = d0 | d1 | d2 | d3 | d4 | d5 | d6 | d7 | d8 | d9;
```

```
- datatype
```

```
digi = d0 | d1 | d2 | d3 | d4 | d5 | d6 | d7 | d8 | d9;
```

```
> New type names: =digi
```

```
datatype digi =
```

```
(digi,
```

```
{con d0 : digi,
```

```
con d1 : digi,
```

```
con d2 : digi,
```

```
con d3 : digi,
```

```
con d4 : digi,
```

```
con d5 : digi,
```

```
con d6 : digi,
```

```
con d7 : digi,
```

```
con d8 : digi,
```

```
con d9 : digi}})
```

```
con d0 = d0 : digi
```

```
con d1 = d1 : digi
```

```
con d2 = d2 : digi
```

```
con d3 = d3 : digi
```

```
con d4 = d4 : digi
```

```
con d5 = d5 : digi
```

```
con d6 = d6 : digi
```

```
con d7 = d7 : digi
```

```
con d8 = d8 : digi
```

```
con d9 = d9 : digi
```

```
-
```

- Si queremos definir los dígitos de nuestros términos aritméticos:

```
datatype digi = d0 | d1 | d2 | d3 | d4 | d5 | d6 | d7 | d8 | d9;
```

```
- datatype
```

```
digi = d0 | d1 | d2 | d3 | d4 | d5 | d6 | d7 | d8 | d9;
```

```
> New type names: =digi
```

```
datatype digi =
```

```
(digi,
```

```
{con d0 : digi,
```

```
con d1 : digi,
```

```
con d2 : digi,
```

```
con d3 : digi,
```

```
con d4 : digi,
```

```
con d5 : digi,
```

```
con d6 : digi,
```

```
con d7 : digi,
```

```
con d8 : digi,
```

```
con d9 : digi}})
```

```
con d0 = d0 : digi
```

```
con d1 = d1 : digi
```

```
con d2 = d2 : digi
```

```
con d3 = d3 : digi
```

```
con d4 = d4 : digi
```

```
con d5 = d5 : digi
```

```
con d6 = d6 : digi
```

```
con d7 = d7 : digi
```

```
con d8 = d8 : digi
```

```
con d9 = d9 : digi
```

```
-
```

```
- d5;
```

```
> val it = d5 : digi
```

```
-
```

Tipos potencialmente infinitos I

- La única forma que tenemos para definir de manera finita un tipo potencialmente infinito es mediante una definición recursiva.

Tipos potencialmente infinitos I

- La única forma que tenemos para definir de manera finita un tipo potencialmente infinito es mediante una definición recursiva.
- Debemos tener dos variedades de constructores:

Tipos potencialmente infinitos I

- La única forma que tenemos para definir de manera finita un tipo potencialmente infinito es mediante una definición recursiva.
- Debemos tener dos variedades de constructores:
 - ① Los constructores básicos, aquellos que **no** hacen referencia recursiva al nombre del tipo que estamos definiendo.

Tipos potencialmente infinitos I

- La única forma que tenemos para definir de manera finita un tipo potencialmente infinito es mediante una definición recursiva.
- Debemos tener dos variedades de constructores:
 - 1 Los constructores básicos, aquellos que **no** hacen referencia recursiva al nombre del tipo que estamos definiendo.
 - 2 Los constructores recursivos, aquellos que **sí** hacen referencia recursiva al nombre del tipo que estamos definiendo.

Tipos potencialmente infinitos I

- La única forma que tenemos para definir de manera finita un tipo potencialmente infinito es mediante una definición recursiva.
- Debemos tener dos variedades de constructores:
 - ① Los constructores básicos, aquellos que **no** hacen referencia recursiva al nombre del tipo que estamos definiendo.
 - ② Los constructores recursivos, aquellos que **sí** hacen referencia recursiva al nombre del tipo que estamos definiendo.
- Por ejemplo, si queremos definir una lista de enteros, primero debemos tener claro como definir una lista, sabemos que:

Tipos potencialmente infinitos I

- La única forma que tenemos para definir de manera finita un tipo potencialmente infinito es mediante una definición recursiva.
- Debemos tener dos variedades de constructores:
 - 1 Los constructores básicos, aquellos que **no** hacen referencia recursiva al nombre del tipo que estamos definiendo.
 - 2 Los constructores recursivos, aquellos que **sí** hacen referencia recursiva al nombre del tipo que estamos definiendo.
- Por ejemplo, si queremos definir una lista de enteros, primero debemos tener claro como definir una lista, sabemos que:
 - 1 una lista está vacía, o

Tipos potencialmente infinitos I

- La única forma que tenemos para definir de manera finita un tipo potencialmente infinito es mediante una definición recursiva.
- Debemos tener dos variedades de constructores:
 - ① Los constructores básicos, aquellos que **no** hacen referencia recursiva al nombre del tipo que estamos definiendo.
 - ② Los constructores recursivos, aquellos que **sí** hacen referencia recursiva al nombre del tipo que estamos definiendo.
- Por ejemplo, si queremos definir una lista de enteros, primero debemos tener claro como definir una lista, sabemos que:
 - ① una lista está vacía, o
 - ② tiene un primer elemento que es un entero y un resto que a su vez es una lista de enteros.

Tipos potencialmente infinitos II

```
datatype intList = nuli | hti of int * intList;
```

Tipos potencialmente infinitos II

```
datatype intList = nuli | hti of int * intList;
```

```
- datatype intList = nuli | hti of int * intList;
```

```
> New type names: =intList
```

```
datatype intList =
```

```
(intList,
```

```
{con hti : int * intList -> intList,
```

```
con nuli : intList})
```

```
con hti = fn : int * intList -> intList
```

```
con nuli = nuli : intList
```

```
-
```

Tipos potencialmente infinitos II

```
datatype intList = nuli | hti of int * intList;
```

```
- datatype intList = nuli | hti of int * intList;
```

```
> New type names: =intList
```

```
datatype intList =
```

```
(intList,
```

```
{con hti : int * intList -> intList,
```

```
con nuli : intList})
```

```
con hti = fn : int * intList -> intList
```

```
con nuli = nuli : intList
```

```
-
```

```
- hti(1, hti(2, hti(3, nuli)));
```

```
> val it = hti(1, hti(2, hti(3, nuli))) : intList
```

```
-
```

Tipos genéricos I

Suponga que ahora queremos definir una lista de reales y una lista de cadenas, sus definiciones serían:

Tipos genéricos I

Suponga que ahora queremos definir una lista de reales y una lista de cadenas, sus definiciones serían:

```
datatype intList = nuli | hti of int * intList;  
datatype realList = nulr | htr of real * realList;  
datatype strList = nuls | hts of string * strList;
```

Tipos genéricos I

Suponga que ahora queremos definir una lista de reales y una lista de cadenas, sus definiciones serían:

```
datatype intList = nuli | hti of int * intList;  
datatype realList = nulr | htr of real * realList;  
datatype strList = nuls | hts of string * strList;
```

```
- htr(1.0,htr(2.0,htr(3.0,nulr)));  
> val it = htr(1.0, htr(2.0, htr(3.0, nulr))) : realList  
- hts("Hola",hts("cómo",hts("están",nuls)));  
> val it = hts("Hola", hts("cómo", hts("están", nuls))) : strList  
-
```

Tipos genéricos II

Es decir lo importante es la estructura, no importa el tipo de datos que van a contener las listas. Por ello ML nos permite definir tipos genéricos.

Tipos genéricos II

Es decir lo importante es la estructura, no importa el tipo de datos que van a contener las listas. Por ello ML nos permite definir tipos genéricos.

```
datatype 'a Milist = nul | ht of 'a * 'a Milist;
```

Tipos genéricos II

Es decir lo importante es la estructura, no importa el tipo de datos que van a contener las listas. Por ello ML nos permite definir tipos genéricos.

```
datatype 'a Milist = nul | ht of 'a * 'a Milist;
```

```
- datatype 'a Milist = nul | ht of 'a * 'a Milist;
```

```
> New type names: =Milist
```

```
datatype 'a Milist =
```

```
('a Milist,
```

```
  {con 'a ht : 'a * 'a Milist -> 'a Milist,
```

```
   con 'a nul : 'a Milist})
```

```
con 'a ht = fn : 'a * 'a Milist -> 'a Milist
```

```
con 'a nul = nul : 'a Milist
```

```
-
```

Tipos genéricos III

Algunos ejemplos:

```
- ht(1, ht(2, ht(3, nul)));  
> val it = ht(1, ht(2, ht(3, nul))) : int Milist  
- ht(1.0, ht(2.0, ht(3.0, nul)));  
> val it = ht(1.0, ht(2.0, ht(3.0, nul))) : real Milist  
- ht("Hola", ht("cómo", ht("están", nul)));  
> val it = ht("Hola", ht("cómo", ht("están", nul))) : string Milist  
-
```

Tipos genéricos III

Algunos ejemplos:

```
- ht(1, ht(2, ht(3, nul)));  
> val it = ht(1, ht(2, ht(3, nul))) : int Milist  
- ht(1.0, ht(2.0, ht(3.0, nul)));  
> val it = ht(1.0, ht(2.0, ht(3.0, nul))) : real Milist  
- ht("Hola", ht("cómo", ht("están", nul)));  
> val it = ht("Hola", ht("cómo", ht("están", nul))) : string Milist  
-
```

Note que una vez que damos el primer elemento de la lista, el tipo genérico 'a se instancia con el tipo del primer elemento. Por ello tenemos el siguiente error.

Tipos genéricos III

Algunos ejemplos:

```
- ht(1, ht(2, ht(3, nul)));
> val it = ht(1, ht(2, ht(3, nul))) : int Milist
- ht(1.0, ht(2.0, ht(3.0, nul)));
> val it = ht(1.0, ht(2.0, ht(3.0, nul))) : real Milist
- ht("Hola", ht("cómo", ht("están", nul)));
> val it = ht("Hola", ht("cómo", ht("están", nul))) : string Milist
-
```

Note que una vez que damos el primer elemento de la lista, el tipo genérico 'a se instancia con el tipo del primer elemento. Por ello tenemos el siguiente error.

```
- ht(1, ht(1.0, nul));
! Toplevel input:
! ht(1, ht(1.0, nul));
!           ^^^
! Type clash: expression of type
!   real
! cannot have type
!   int
-
```

- 1 Queremos definir una función en ML que una dos listas, es decir recibe las listas `ht(1, ht(2, nul))` y `ht(3, ht(4, nul))` y nos debe regresar la lista `ht(1, ht(2, ht(3, ht(4, nul))))`.

Unir dos listas I

- 1 Queremos definir una función en ML que una dos listas, es decir recibe las listas `ht(1, ht(2, nul))` y `ht(3, ht(4, nul))` y nos debe regresar la lista `ht(1, ht(2, ht(3, ht(4, nul))))`.
- 2 Como el tipo genérico `'a Mlist` está definido de manera recursiva, debemos definir la función recursiva `uneList` para unir las dos listas.

Unir dos listas I

- 1 Queremos definir una función en ML que una dos listas, es decir recibe las listas `ht(1, ht(2, nul))` y `ht(3, ht(4, nul))` y nos debe regresar la lista `ht(1, ht(2, ht(3, ht(4, nul))))`.
- 2 Como el tipo genérico `'a Milist` está definido de manera recursiva, debemos definir la función recursiva `uneList` para unir las dos listas.
- 3 `'a uneList = fn : 'a Milist * 'a Milist -> 'a Milist`

- 1 Queremos definir una función en ML que una dos listas, es decir recibe las listas `ht(1, ht(2, nul))` y `ht(3, ht(4, nul))` y nos debe regresar la lista `ht(1, ht(2, ht(3, ht(4, nul))))`.
- 2 Como el tipo genérico `'a Milist` está definido de manera recursiva, debemos definir la función recursiva `uneList` para unir las dos listas.
- 3 `'a uneList = fn : 'a Milist * 'a Milist -> 'a Milist`
- 4 De manera general podemos decir que una función definida sobre cualquier tipo debe contemplar qué hacer con cada uno de los constructores que definen a su tipo.

Unir dos listas II

```
nul ht(3, ht(4, nul))  
ht(3, ht(4, nul))
```

Unir dos listas II

```
ht(1, ht(2, nul)) ht(3, ht(4, nul))
ht(1,
    ht(2, nul) ht(3, ht(4, nul))
    ht(2,
        nul ht(3, ht(4, nul))
        ht(3, ht(4, nul))
    ht(2, ht(3, ht(4, nul)))
ht(1, ht(2, ht(3, ht(4, nul))))
```

Unir dos listas III

En el caso concreto de 'a `Milist` tenemos el siguiente esquema de función:

Unir dos listas III

En el caso concreto de 'a `Milist` tenemos el siguiente esquema de función:

```
fun anyfun(nul ...  
| anyfun(ht(h, t) ...
```

Unir dos listas III

En el caso concreto de 'a `Milist` tenemos el siguiente esquema de función:

```
fun anyfun(nul ...  
| anyfun(ht(h, t) ...
```

```
fun uneList(nul, any) = any  
| uneList(ht(h, t), any) =
```

Unir dos listas III

En el caso concreto de 'a `Milist` tenemos el siguiente esquema de función:

```
fun anyfun(nul ...  
| anyfun(ht(h, t) ...
```

```
fun uneList(nul, any) = any  
| uneList(ht(h, t), any) =
```

```
fun uneList(nul, any) = any  
| uneList(ht(h, t), any) = ht(h, uneList(t, any));
```

Unir dos listas III

En el caso concreto de 'a Milist tenemos el siguiente esquema de función:

```
fun anyfun(nul ...
|   anyfun(ht(h, t) ...
```

```
fun uneList(nul, any) = any
|   uneList(ht(h, t), any) =
```

```
fun uneList(nul, any) = any
|   uneList(ht(h, t), any) = ht(h, uneList(t, any));
```

```
- fun uneList(nul, any) = any
|   uneList(ht(h, t), any) = ht(h, uneList(t, any));
> val 'a uneList = fn : 'a Milist * 'a Milist -> 'a Milist
-
```

- 1 Diga que hace la siguiente función.

```
fun sabe(x, nul) = false
|   sabe(x, ht(h, t)) = if x = h
                        then true
                        else sabe(x, t);
```

- 2 Construya una función que elimine la primera aparición en una lista de un elemento dado.

```
- elimina1(2, ht(3, ht(2, ht(4, ht(2, nul)))));
> val it = ht(3, ht(4, ht(2, nul))) : int Milist
-
```

- 3 Construya una función que elimine todas las apariciones en una lista de un elemento dado.

```
- eliminat(2, ht(3, ht(2, ht(4, ht(2, nul)))));
> val it = ht(3, ht(4, nul)) : int Milist
-
```

- 4 Construya una función que invierta los elementos de una lista.

```
- inv(ht(1, ht(2, ht(3, ht(4, nul)))));
> val it = ht(4, ht(3, ht(2, ht(1, nul)))) : int Milist
-
```