Combinatoria IV

José de Jesús Lavalle Martínez

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Facultad de Ciencias de la Computación
Estructuras Discretas CCOS 009

Primavera 2021

Contenido

1. Motivación
2. Permutaciones con Repetición
3. Combinaciones con Repetición
4. Permutaciones con Objetos Indistinguibles
5. Ejercicios

Motivación I

- En muchos problemas de conteo, los elementos pueden usarse repetidamente.

Motivación I

- Por ejemplo, una letra o un dígito se puede usar más de una vez en una placa.

Motivación I

- Cuando se seleccionan una docena de rosquillas, cada variedad se puede elegir repetidamente.

Motivación I

- Esto contrasta con los problemas de conteo discutidos anteriormente en el capítulo donde sólo consideramos permutaciones y combinaciones en las que cada elemento podría usarse como máximo una vez.

Motivación I

- En esta sección mostraremos cómo resolver problemas de conteo donde los elementos se pueden usar más de una vez.

Motivación II

- Además, algunos problemas de conteo involucran elementos indistinguibles.

Motivación II

- Por ejemplo, para contar el número de formas en que se pueden reorganizar las letras de la palabra *SUCCESS*, se debe considerar la ubicación de letras idénticas.

Motivación II

- Esto contrasta con los problemas de conteo discutidos anteriormente donde todos los elementos se consideraban distinguibles.

- En esta sección describiremos cómo resolver problemas de conteo en los que algunos elementos son indistinguibles.

Permutaciones con Repetición I

El conteo de permutaciones cuando se permite la repetición de elementos se puede hacer fácilmente usando la regla del producto, como muestra el Ejemplo 1.

Ejemplo 1

¿Cuántas cadenas de longitud r se pueden formar a partir de las letras mayúsculas del alfabeto inglés?

Ejemplo 1

¿Cuántas cadenas de longitud r se pueden formar a partir de las letras mayúsculas del alfabeto inglés?

Solución:

- Según la regla del producto, debido a que hay 26 letras mayúsculas en inglés, y debido a que cada letra se puede usar repetidamente, vemos que hay 26^r cadenas de letras mayúsculas en inglés de longitud r.

$\square$

El número de permutaciones-r de un conjunto con n elementos cuando se permite la repetición se da en el Teorema 1.

Permutaciones con Repetición II

Teorema 1

El número de permutaciones-r de un conjunto de n objetos cuando se permite repetir objetos es n^r.

Teorema 1

El número de permutaciones-r de un conjunto de n objetos cuando se permite repetir objetos es n^r.

Demostración:

- Hay n formas de seleccionar un elemento del conjunto para cada una de las r posiciones en la permutación-r cuando se permite la repetición, porque para cada opción están disponibles todos los n objetos.

Teorema 1

El número de permutaciones-r de un conjunto de n objetos cuando se permite repetir objetos es n^r.

Demostración:

- Por lo tanto, según la regla del producto, hay n^r permutaciones-r cuando se permite la repetición.

$\blacksquare$

Combinaciones con Repetición I

Considere estos ejemplos de combinaciones donde se permiten elementos repetidos.

Ejemplo 2

¿Cuántas formas hay de seleccionar cuatro piezas de fruta de un cuenco que contiene manzanas, naranjas y peras si el orden en el que se seleccionan las piezas no importa, solo importa el tipo de fruta y no la pieza individual y por lo menos hay cuatro piezas de cada tipo de fruta en el tazón?

Combinaciones con Repetición II

Solución:

- Para resolver este problema enumeramos todas las formas posibles de seleccionar la fruta.

Solución:

- Para resolver este problema enumeramos todas las formas posibles de seleccionar la fruta.
- Hay 15 formas:

Solución:

- Para resolver este problema enumeramos todas las formas posibles de seleccionar la fruta.
- Hay 15 formas:

1. 4 manzanas.

Solución:

- Para resolver este problema enumeramos todas las formas posibles de seleccionar la fruta.
- Hay 15 formas:

1. 4 manzanas.
2. 3 manzanas, 1 naranja.

Combinaciones con Repetición II

Solución:

- Para resolver este problema enumeramos todas las formas posibles de seleccionar la fruta.
- Hay 15 formas:

1. 4 manzanas.
2. 3 manzanas, 1 naranja.
3. 3 manzanas, 1 pera.

Combinaciones con Repetición II

Solución:

- Para resolver este problema enumeramos todas las formas posibles de seleccionar la fruta.
- Hay 15 formas:

1. 4 manzanas.
2. 3 manzanas, 1 naranja.
3. 3 manzanas, 1 pera.
4. 2 manzanas, 2 naranjas.

Combinaciones con Repetición II

Solución:

- Para resolver este problema enumeramos todas las formas posibles de seleccionar la fruta.
- Hay 15 formas:

1. 4 manzanas.
2. 3 manzanas, 1 naranja.
3. 3 manzanas, 1 pera.
4. 2 manzanas, 2 naranjas.
5. 2 manzanas, 1 naranja, 1 pera.

Combinaciones con Repetición II

Solución:

- Para resolver este problema enumeramos todas las formas posibles de seleccionar la fruta.
- Hay 15 formas:

1. 4 manzanas.
2. 3 manzanas, 1 naranja.
3. 3 manzanas, 1 pera.
4. 2 manzanas, 2 naranjas.
5. 2 manzanas, 1 naranja, 1 pera.
6. 4 naranjas.

Solución:

- Para resolver este problema enumeramos todas las formas posibles de seleccionar la fruta.
- Hay 15 formas:

1. 4 manzanas.
2. 3 manzanas, 1 naranja.
3. 3 manzanas, 1 pera.
4. 2 manzanas, 2 naranjas.
5. 2 manzanas, 1 naranja, 1 pera.
6. 4 naranjas.
7. 3 manzanas, 1 pera.

Combinaciones con Repetición II

Solución:

- Para resolver este problema enumeramos todas las formas posibles de seleccionar la fruta.
- Hay 15 formas:

1. 4 manzanas.
2. 3 manzanas, 1 naranja.
3. 3 manzanas, 1 pera.
4. 2 manzanas, 2 naranjas.
5. 2 manzanas, 1 naranja, 1 pera.
6. 4 naranjas.
7. 3 manzanas, 1 pera.
8. 3 peras, 1 manzana.

Combinaciones con Repetición II

Solución:

- Para resolver este problema enumeramos todas las formas posibles de seleccionar la fruta.
- Hay 15 formas:

1. 4 manzanas.
2. 3 manzanas, 1 naranja.
3. 3 manzanas, 1 pera.
4. 2 manzanas, 2 naranjas.
5. 2 manzanas, 1 naranja, 1 pera.
6. 4 naranjas.
7. 3 manzanas, 1 pera.
8. 3 peras, 1 manzana.
9. 2 manzanas, 2 peras.

Combinaciones con Repetición II

Solución:

- Para resolver este problema enumeramos todas las formas posibles de seleccionar la fruta.
- Hay 15 formas:

1. 4 manzanas.
2. 3 manzanas, 1 naranja.
3. 3 manzanas, 1 pera.
4. 2 manzanas, 2 naranjas.
5. 2 manzanas, 1 naranja, 1 pera.
6. 4 naranjas.
7. 3 manzanas, 1 pera.
8. 3 peras, 1 manzana.
9. 2 manzanas, 2 peras.
10. 2 naranjas, 1 manzana, 1 pera.

Combinaciones con Repetición II

Solución:

- Para resolver este problema enumeramos todas las formas posibles de seleccionar la fruta.
- Hay 15 formas:

1. 4 manzanas.
2. 3 manzanas, 1 naranja.
3. 3 manzanas, 1 pera.
4. 2 manzanas, 2 naranjas.
5. 2 manzanas, 1 naranja, 1 pera.
6. 4 naranjas.
7. 3 manzanas, 1 pera.
8. 3 peras, 1 manzana.
9. 2 manzanas, 2 peras.
10. 2 naranjas, 1 manzana, 1 pera.
11. 4 peras.

Combinaciones con Repetición II

Solución:

- Para resolver este problema enumeramos todas las formas posibles de seleccionar la fruta.
- Hay 15 formas:

1. 4 manzanas.
2. 3 manzanas, 1 naranja.
3. 3 manzanas, 1 pera.
4. 2 manzanas, 2 naranjas.
5. 2 manzanas, 1 naranja, 1 pera.
6. 4 naranjas.
7. 3 manzanas, 1 pera.
8. 3 peras, 1 manzana.
9. 2 manzanas, 2 peras.
10. 2 naranjas, 1 manzana, 1 pera.
11. 4 peras.
12. 3 naranjas, 1 manzana.

Combinaciones con Repetición II

Solución:

- Para resolver este problema enumeramos todas las formas posibles de seleccionar la fruta.
- Hay 15 formas:

1. 4 manzanas.
2. 3 manzanas, 1 naranja.
3. 3 manzanas, 1 pera.
4. 2 manzanas, 2 naranjas.
5. 2 manzanas, 1 naranja, 1 pera.
6. 4 naranjas.
7. 3 manzanas, 1 pera.
8. 3 peras, 1 manzana.
9. 2 manzanas, 2 peras.
10. 2 naranjas, 1 manzana, 1 pera.
11. 4 peras.
12. 3 naranjas, 1 manzana.
13. 3 peras, 1 naranja.

Combinaciones con Repetición II

Solución:

- Para resolver este problema enumeramos todas las formas posibles de seleccionar la fruta.
- Hay 15 formas:

1. 4 manzanas.
2. 3 manzanas, 1 naranja.
3. 3 manzanas, 1 pera.
4. 2 manzanas, 2 naranjas.
5. 2 manzanas, 1 naranja, 1 pera.
6. 4 naranjas.
7. 3 manzanas, 1 pera.
8. 3 peras, 1 manzana.
9. 2 manzanas, 2 peras.
10. 2 naranjas, 1 manzana, 1 pera.
11. 4 peras.
12. 3 naranjas, 1 manzana.
13. 3 peras, 1 naranja.
14. 2 naranjas, 2 peras.

Combinaciones con Repetición II

Solución:

- Para resolver este problema enumeramos todas las formas posibles de seleccionar la fruta.
- Hay 15 formas:

1. 4 manzanas.
2. 3 manzanas, 1 naranja.
3. 3 manzanas, 1 pera.
4. 2 manzanas, 2 naranjas.
5. 2 manzanas, 1 naranja, 1 pera.
6. 4 naranjas.
7. 3 manzanas, 1 pera.
8. 3 peras, 1 manzana.
9. 2 manzanas, 2 peras.
10. 2 naranjas, 1 manzana, 1 pera.
11. 4 peras.
12. 3 naranjas, 1 manzana.
13. 3 peras, 1 naranja.
14. 2 naranjas, 2 peras.
15. 2 peras, 1 manzana, 1 naranja.

Combinaciones con Repetición II

Solución:

- Para resolver este problema enumeramos todas las formas posibles de seleccionar la fruta.
- Hay 15 formas:

1. 4 manzanas.
2. 3 manzanas, 1 naranja.
3. 3 manzanas, 1 pera.
4. 2 manzanas, 2 naranjas.
5. 2 manzanas, 1 naranja, 1 pera.
6. 4 naranjas.
7. 3 manzanas, 1 pera.
8. 3 peras, 1 manzana.
9. 2 manzanas, 2 peras.
10. 2 naranjas, 1 manzana, 1 pera.
11. 4 peras.
12. 3 naranjas, 1 manzana.
13. 3 peras, 1 naranja.
14. 2 naranjas, 2 peras.
15. 2 peras, 1 manzana, 1 naranja.

- La solución es el número de combinaciones-4 con repetición tomadas de un conjunto de tres elementos, $\{$manzana, naranja, pera$\}$.

Combinaciones con Repetición III

Para resolver problemas de conteo más complejos de este tipo, necesitamos un método general para contar las combinaciones-r con repetición tomadas de un conjunto de n elementos. En el ejemplo 3 ilustraremos dicho método.

Ejemplo 3

¿Cuántas formas hay de seleccionar cinco billetes de una caja de efectivo que contiene billetes de \$1, billetes de \$2, billetes de \$5, billetes de \$10, billetes de \$20, billetes de \$50 y billetes de \$100? Suponga que el orden en el que se eligen los billetes no importa, que los billetes de cada denominación son indistinguibles y que hay al menos cinco billetes de cada tipo.

Solución:

- Debido a que el orden en que se seleccionan los billetes no importa y se pueden seleccionar siete tipos diferentes de billetes hasta cinco veces, este problema implica contar combinaciones-5 con repetición tomadas de un conjunto de siete elementos.

Solución:

- Enumerar todas las posibilidades sería tedioso, porque hay una gran cantidad de soluciones.

Combinaciones con Repetición IV

Solución:

- En su lugar, ilustraremos el uso de una técnica para contar combinaciones con repetición.

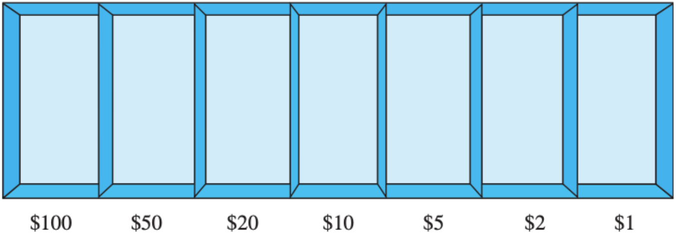

Figura 1: Caja de efectivo con siete tipos de billetes.

- Suponga que una caja de efectivo tiene siete compartimentos, uno para cada tipo de billete, como se ilustra en la Figura 1.

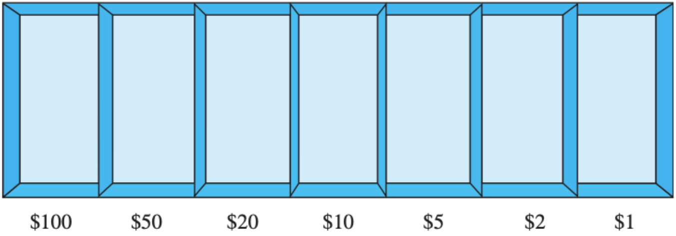

Figura 1: Caja de efectivo con siete tipos de billetes.

- Estos compartimentos están separados por seis divisores, como se muestra en la imagen.

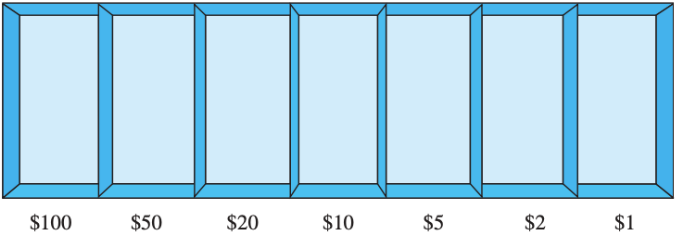

Figura 1: Caja de efectivo con siete tipos de billetes.

- La elección de cinco billetes corresponde a colocar cinco marcadores en los compartimentos que contienen diferentes tipos de billetes.

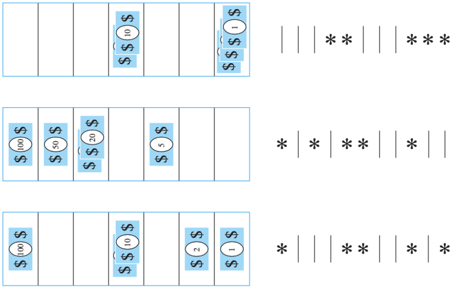

Figura 2: Ejemplos de formas de seleccionar cinco billetes.

- La elección de cinco billetes corresponde a colocar cinco marcadores en los compartimentos que contienen diferentes tipos de billetes.

Combinaciones con Repetición VI

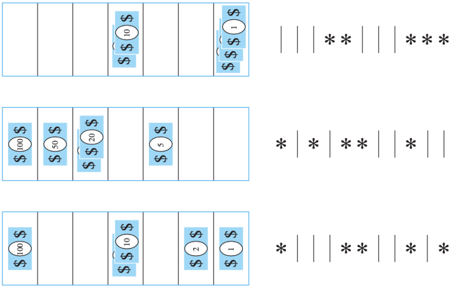

Figura 2: Ejemplos de formas de seleccionar cinco billetes.

- La Figura 2 ilustra esta correspondencia para tres formas diferentes de seleccionar cinco billetes, donde los seis divisores están representados por barras y los cinco billetes por estrellas.

Combinaciones con Repetición VII

- El número de formas de seleccionar cinco billetes corresponde al número de formas de organizar seis barras y cinco estrellas seguidas con un total de 11 posiciones.

- En consecuencia, el número de formas de seleccionar los cinco billetes es el número de formas de seleccionar las posiciones de las cinco estrellas de las 11 posiciones.

- Esto corresponde al número de selecciones desordenadas de 5 objetos de un conjunto de 11 objetos, que se pueden hacer en $C(11, 5)$ formas.

- En consecuencia, hay

$$C(11,5)=\frac{11!}{5!6!}=462$$

formas de elegir cinco billetes de la caja de efectivo con siete tipos de billetes.

Teorema 2 I

Teorema 2

Hay $C(n+r-1, r) = C(n+r-1, n-1)$ combinaciones-r de un conjunto con n elementos cuando se permite la repetición de elementos.

Teorema 2

Hay $C(n+r-1, r) = C(n+r-1, n-1)$ combinaciones-r de un conjunto con n elementos cuando se permite la repetición de elementos.

Demostración:

- Cada combinación-r de un conjunto con n elementos cuando se permite la repetición puede ser representada por una lista de $n-1$ barras y r estrellas.

Teorema 2

Hay $C(n+r-1, r) = C(n+r-1, n-1)$ combinaciones-r de un conjunto con n elementos cuando se permite la repetición de elementos.

Demostración:

- Las $n-1$ barras se utilizan para marcar n celdas diferentes, con la i-ésima celda que contiene una estrella por cada vez que el i-ésimo elemento del conjunto ocurre en la combinación.

Teorema 2

Hay $C(n+r-1,r) = C(n+r-1,n-1)$ combinaciones-r de un conjunto con n elementos cuando se permite la repetición de elementos.

Demostración:

- Por ejemplo, una combinación-6 de un conjunto con cuatro elementos se representa con tres barras y seis estrellas.

Teorema 2 II

- Aquí

$$* * | * | \quad | * * *$$

representa la combinación que contiene exactamente dos del primer elemento, uno del segundo elemento, ninguno del tercer elemento y tres del cuarto elemento del conjunto.

Teorema 2 II

- Como hemos visto, cada lista diferente que contiene $n-1$ barras y r estrellas corresponde a una combinación-r del conjunto con n elementos, cuando se permite la repetición.

Teorema 2 II

- El número de dichas listas es $C(n-1+r, r)$, porque cada lista corresponde a una elección de las r posiciones para colocar las r estrellas de las $n-1+r$ posiciones que contienen r estrellas y $n-1$ barras.

Teorema 2 II

- El número de dichas listas también es igual a $C(n-1+r, n-1)$, porque cada lista corresponde a una elección de las $n-1$ posiciones para colocar las $n-1$ barras.

Ejemplo 4 I

Ejemplo 4

¿Cuántas soluciones tiene la ecuación

$$x_1 + x_2 + x_3 = 11,$$

donde x_1, x_2 y x_3 son números enteros no negativos?

Ejemplo 4 I

Ejemplo 4

¿Cuántas soluciones tiene la ecuación

$$x_1 + x_2 + x_3 = 11,$$

donde x_1, x_2 y x_3 son números enteros no negativos?

Solución:

- Para contar el número de soluciones, observamos que una solución corresponde a una forma de seleccionar 11 elementos de un conjunto con tres elementos de modo que se elijan x_1 elementos del tipo uno, x_2 elementos del tipo dos y x_3 elementos del tipo tres.

Ejemplo 4 I

Ejemplo 4

¿Cuántas soluciones tiene la ecuación

$$x_1 + x_2 + x_3 = 11,$$

donde x_1, x_2 y x_3 son números enteros no negativos?

Solución:

- Por lo tanto, el número de soluciones es igual al número de combinaciones-11 con repetición tomadas de un conjunto con tres elementos.

Ejemplo 4 I

Ejemplo 4

¿Cuántas soluciones tiene la ecuación

$$x_1 + x_2 + x_3 = 11,$$

donde x_1, x_2 y x_3 son números enteros no negativos?

Solución:

- Del Teorema 2 se deduce que existen

$$C(3 + 11 - 1, 11) = C(13, 11) = C(13, 2) = \frac{13 \cdot 12}{1 \cdot 2} = 78$$

soluciones.

Ejemplo 4 II

- El número de soluciones de esta ecuación también se puede encontrar cuando las variables están sujetas a restricciones.

Ejemplo 4 II

- Por ejemplo, podemos encontrar el número de soluciones donde las variables son números enteros con $x_1 \geq 1, x_2 \geq 2$ y $x_3 \geq 3$.

Ejemplo 4 II

- Una solución a la ecuación sujeta a estas restricciones corresponde a una selección de 11 elementos con x_1 elementos del tipo uno, x_2 elementos del tipo dos y x_3 elementos del tipo tres, donde, además, hay al menos un elemento del tipo uno, dos elementos del tipo dos y tres elementos del tipo tres.

Ejemplo 4 II

- Por tanto, una solución corresponde a la elección de un elemento del tipo uno, dos del tipo dos y tres del tipo tres, junto con la elección de cinco elementos adicionales de cualquier tipo.

Ejemplo 4 II

- Por el teorema 2 esto se puede hacer en

$$C(3+5-1,5) = C(7,5) = C(7,2) = \frac{7 \cdot 6}{1 \cdot 2} = 21$$

maneras.

Ejemplo 4 II

- Por lo tanto, hay 21 soluciones de la ecuación sujetas a las restricciones dadas.

$\square$

Tabla resumen

Type	*Repetition Allowed?*	*Formula*
r-permutations	No	$\dfrac{n!}{(n-r)!}$
r-combinations	No	$\dfrac{n!}{r!\,(n-r)!}$
r-permutations	Yes	n^r
r-combinations	Yes	$\dfrac{(n+r-1)!}{r!\,(n-1)!}$

Tabla 1: Combinaciones y permutaciones sin y con repetición.

Observación 1

Algunos elementos pueden ser indistinguibles en los problemas de conteo. Cuando este sea el caso, se debe tener cuidado de no contar las cosas más de una vez. Considere el ejemplo 5.

Ejemplo 5 I

Ejemplo 5

¿Cuántas cadenas diferentes se pueden formar reordenando las letras de la palabra *SUCCESS*?

Ejemplo 5

¿Cuántas cadenas diferentes se pueden formar reordenando las letras de la palabra *SUCCESS*?

Solución:

- Debido a que algunas de las letras de *SUCCESS* son las mismas, la respuesta no está dada por el número de permutaciones de siete letras.

Ejemplo 5 I

Ejemplo 5

¿Cuántas cadenas diferentes se pueden formar reordenando las letras de la palabra *SUCCESS*?

Solución:

- Esta palabra contiene tres S, dos C, una U y una E.

Ejemplo 5 I

Ejemplo 5

¿Cuántas cadenas diferentes se pueden formar reordenando las letras de la palabra *SUCCESS*?

Solución:

- Para determinar el número de cadenas diferentes que se pueden formar reordenando las letras, primero tenga en cuenta que las tres S se pueden colocar entre las siete posiciones en $C(7,3)$ diferentes formas, dejando cuatro posiciones libres.

Ejemplo 5 II

- Luego, las dos C se pueden colocar en $C(4,2)$ formas, dejando dos posiciones libres.

Ejemplo 5 II

- La U se puede colocar en $C(2,1)$ formas, dejando solo una posición libre.

Ejemplo 5 II

- Por lo tanto, *E* se puede colocar en la forma $C(1,1)$.

Ejemplo 5 II

- En consecuencia, a partir de la regla del producto, el número de cadenas diferentes que se pueden hacer es

$$
\begin{aligned}
C(7,3)C(4,2)C(2,1)C(1,1) &= \frac{7!}{3!4!} \cdot \frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{2!}{1!1!} \cdot \frac{1!}{1!0!} \\
&= \frac{7!}{3!2!1!1!} \\
&= 420.
\end{aligned}
$$

□

Teorema 3

El número de permutaciones diferentes de n objetos, donde hay n_1 objetos indistinguibles de tipo 1, n_2 objetos indistinguibles de tipo 2, ..., y n_k objetos indistinguibles de tipo k, es

$$\frac{n!}{n_1!n_2!\cdots n_k!}.$$

Teorema 3

El número de permutaciones diferentes de n objetos, donde hay n_1 objetos indistinguibles de tipo 1, n_2 objetos indistinguibles de tipo 2, ..., y n_k objetos indistinguibles de tipo k, es

$$\frac{n!}{n_1!n_2!\cdots n_k!}.$$

Demostración:

- Para determinar el número de permutaciones, primero tenga en cuenta que los n_1 objetos de tipo uno se pueden colocar entre las n posiciones en $C(n, n_1)$ formas, dejando $n - n_1$ posiciones libres.

Teorema 3

El número de permutaciones diferentes de n objetos, donde hay n_1 objetos indistinguibles de tipo 1, n_2 objetos indistinguibles de tipo 2, ..., y n_k objetos indistinguibles de tipo k, es

$$\frac{n!}{n_1!n_2!\cdots n_k!}.$$

Demostración:

- Luego, los objetos de tipo dos se pueden colocar en $C(n-n_1, n_2)$ formas, dejando $n-n_1-n_2$ posiciones libres.

Teorema 3 II

- Continúe colocando los objetos de tipo tres, ..., tipo $k-1$, hasta que en la última etapa, n_k objetos de tipo k se puedan colocar en $C(n - n_1 - n_2 - \cdots - n_{k-1}, n_k)$ formas.

- Por tanto, según la regla del producto, el número total de diferentes permutaciones es

$$
\begin{aligned}
& C(n, n_1)C(n-n_1, n_2)\cdots C(n-n_1-\cdots-n_{k-1}, n_k) \\
= & \frac{n!}{n_1!(n-n_1)!}\frac{(n-n_1)!}{n_2!(n-n_1-n_2)!}\cdots\frac{(n-n_1-\cdots-n_{k-1})!}{n_k!0!} \\
= & \frac{n!}{n_1!n_2!\cdots n_k!}.
\end{aligned}
$$

■

Ejercicios I

1. ¿De cuántas formas diferentes se pueden seleccionar cinco elementos en orden de un conjunto con tres elementos cuando se permite la repetición?
2. ¿De cuántas formas diferentes se pueden seleccionar cinco elementos en orden de un conjunto con cinco elementos cuando se permite la repetición?
3. Todos los días, un estudiante elige al azar un sándwich para el almuerzo de entre una pila de sándwiches envueltos. Si hay seis tipos de sándwiches, ¿de cuántas formas diferentes hay para que el estudiante elija sándwiches para los siete días de la semana si el orden en el que se eligen los sándwiches es importante?
4. ¿Cuántas formas diferentes hay de elegir una docena de donas de las 21 variedades en una tienda de donas?
5. ¿Cuántas cadenas diferentes se pueden hacer a partir de las letras de MISSISSIPPI, usando todas las letras?

6. Un estudiante tiene tres mangos, dos papayas y dos kiwis. Si el estudiante come una pieza de fruta cada día, y sólo importa el tipo de fruta, ¿de cuántas formas diferentes se pueden consumir estas frutas?
7. ¿Cuántas formas hay de repartir manos de siete cartas a cada uno de cinco jugadores de una baraja estándar de 52 cartas?