

Los paquetes *hilbert* y *proof* Lógica Matemática

José de Jesús Lavalle Martínez

9 de noviembre de 2012

Resumen

Este documento ejemplifica brevemente el uso de los paquetes `hilbert` y `proof`, los cuales sirven para escribir pruebas al estilo de *Hilbert* y de *Gentzen*, respectivamente.

1. `hilbert`

Para empezar tiene que descargar el paquete `hilbert.sty`¹ y escribir en el preámbulo `\usepackage{hilbert}`.

Una prueba de $\vdash \mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}$ es la siguiente:

1. $\mathcal{B} \Rightarrow ((\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}) \Rightarrow \mathcal{B})$ Esq. (A1)
2. $(\mathcal{B} \Rightarrow ((\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}) \Rightarrow \mathcal{B})) \Rightarrow$ Esq. (A2)
 $((\mathcal{B} \Rightarrow (\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B})) \Rightarrow (\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}))$
3. $(\mathcal{B} \Rightarrow (\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B})) \Rightarrow (\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B})$ MP 1 y 2
4. $\mathcal{B} \Rightarrow (\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B})$ Esq. (A1)
5. $\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}$ MP 3 y 4

Cuyo código es:

```
\begin{hilbert*}
\hi[11] \msc{B} \Rightarrow ((\msc{B} \Rightarrow \msc{B})
\Rightarrow \msc{B})
& \au \\\
```

¹www.aleteya.cs.buap.mx/~jlavalle/cursos/lm/hilbert.sty

```

\hi[12] (\msc{B} \Rightarrow ((\msc{B} \Rightarrow \msc{B})
\Rightarrow \msc{B})) \Rightarrow
\newline
((\msc{B} \Rightarrow (\msc{B} \Rightarrow \msc{B}))
\Rightarrow (\msc{B} \Rightarrow \msc{B}))
& \ad \\\
\hi[13] (\msc{B} \Rightarrow (\msc{B} \Rightarrow \msc{B}))
\Rightarrow (\msc{B} \Rightarrow \msc{B})
& \ri{\ref{11}}{\ref{12}} \\\
\hi[14] \msc{B} \Rightarrow (\msc{B} \Rightarrow \msc{B})
& \au \\\
\hi \msc{B} \Rightarrow \msc{B}
& \ri{\ref{13}}{\ref{14}}
\end{hilbert*}

```

Note, que `\hi` marca el inicio de cada fórmula de la secuencia y que, opcionalmente, entre corchetes puede poner una etiqueta (como ejemplos, `\hi[11]` y `\hi[12]`), para hacer referencia a ellas cuando use *modus ponens* (`\ri{\ref{11}}{\ref{12}}`).

El código anterior contiene comandos que L^AT_EX no reconoce, ejemplos `\msc`, `\au`, `\ad` y `\ri`, por lo tanto hay que definirlos en el preámbulo mediante:

```

\newcommand{\msc}[1]{\ensuremath{\mathscr{#1}}}
\newcommand{\ri}[2]{MP #1 y #2 }
\newcommand{\au}{Esq. (A1)}
\newcommand{\ad}{Esq. (A2)}
\newcommand{\at}{Esq. (A3)}

```

2. proof

Descargue el paquete `proof.sty`² y escriba en el preámbulo `\usepackage{proof}`. El código:

```

\[
\infer[\rightsquigarrow \rightarrow]
{

```

²www.aleteya.cs.buap.mx/~jlavalle/cursos/lm/proof.sty

```

\rightsquigarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow
((\neg q) \rightarrow (\neg p)))
}
{
\infer[\rightsquigarrow \rightarrow]
{
(p \rightarrow q) \rightsquigarrow
((\neg q) \rightarrow (\neg p))
}
{
\infer[\neg \rightsquigarrow]
{
(\neg q), (p \rightarrow q) \rightsquigarrow (\neg p)
}
{
\infer[\rightarrow \rightsquigarrow]
{
(p \rightarrow q) \rightsquigarrow q, (\neg p)
}
{
\infer[\rightsquigarrow \neg]
{
q \rightsquigarrow q, (\neg p)
}
{
\infer[Ax]{p, q \rightsquigarrow q}{ }
}
}
&
\infer[\rightsquigarrow \neg]
{
\rightsquigarrow p, q, (\neg p)
}
{
\infer[Ax]{p \rightsquigarrow p,q}{ }
}
}
}
}
}

```

}
 \]

genera el árbol de prueba:

$$\begin{array}{c}
 \frac{\frac{\overline{p, q \rightsquigarrow q} \text{ Ax}}{q \rightsquigarrow q, (\neg p)} \rightsquigarrow \neg}{(p \rightarrow q) \rightsquigarrow q, (\neg p)} \neg \rightsquigarrow \quad \frac{\frac{\overline{p \rightsquigarrow p, q} \text{ Ax}}{\rightsquigarrow p, q, (\neg p)} \rightsquigarrow \neg}{\rightarrow \rightsquigarrow} \\
 \frac{\frac{\overline{(p \rightarrow q) \rightsquigarrow q, (\neg p)} \neg \rightsquigarrow}{(\neg q), (p \rightarrow q) \rightsquigarrow (\neg p)} \neg \rightsquigarrow}{(p \rightarrow q) \rightsquigarrow ((\neg q) \rightarrow (\neg p))} \rightsquigarrow \rightarrow \\
 \rightsquigarrow \frac{\overline{(p \rightarrow q) \rightsquigarrow ((\neg q) \rightarrow (\neg p))} \rightsquigarrow \rightarrow}{\rightsquigarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow ((\neg q) \rightarrow (\neg p)))} \rightsquigarrow \rightarrow
 \end{array}$$