

# Funcionamiento, en PCF, del Operador de Punto Fijo

José de Jesús Lavalle Martínez

Octubre de 2005

$$f(y) = \begin{cases} 1 & \text{cuando } y = 0 \\ y * f(y - 1) & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{let } f : nat \rightarrow nat = \lambda y : nat. \text{ if Eq? } y \ 0 \text{ then } 1 \text{ else } y * f(y - 1) \text{ in } f \ 3 &\stackrel{\text{def}}{\rightarrow} \\ (\lambda f : nat \rightarrow nat. f \ 3) (\text{ if Eq? } y \ 0 \text{ then } 1 \text{ else } y * f(y - 1)) &\xrightarrow{\beta} \\ (\text{ if Eq? } y \ 0 \text{ then } 1 \text{ else } y * f(y - 1)) \ 3 &\xrightarrow{\beta} \\ \text{if Eq? } 3 \ 0 \text{ then } 1 \text{ else } 3 * f(3 - 1) &\xrightarrow{\text{Eq?}} \\ \text{if false then } 1 \text{ else } 3 * f(3 - 1) &\xrightarrow{\text{if}} \\ 3 * f(3 - 1) & \end{aligned}$$

$$F = \lambda f : nat \rightarrow nat. \lambda y : nat. \text{ if Eq? } y \ 0 \text{ then } 1 \text{ else } y * f(y - 1)$$

$$F : (nat \rightarrow nat) \rightarrow (nat \rightarrow nat) \quad (1)$$

$$fix_{\sigma} : (\sigma \rightarrow \sigma) \rightarrow \sigma \quad (2)$$

$$(fix_{\sigma} F) : (nat \rightarrow nat), \text{ de (2) y (1) haciendo } \sigma = (nat \rightarrow nat) \quad (3)$$

$F(\text{fix}_{(\text{nat} \rightarrow \text{nat})} F) : (\text{nat} \rightarrow \text{nat})$ , de (1) y (3)

$$(\text{fix}_{(\text{nat} \rightarrow \text{nat})} F) = F(\text{fix}_{(\text{nat} \rightarrow \text{nat})} F)$$

$((\text{fix}_{(\text{nat} \rightarrow \text{nat})} F)n) : \text{nat}$ , de (3) si  $n : \text{nat}$

$(\text{fix}_\sigma M) : \sigma$  y  $M(\text{fix}_\sigma M) : \sigma$ , de (2) si  $M : (\sigma \rightarrow \sigma)$

$$(\text{fix}_\sigma M) = M(\text{fix}_\sigma M)$$

$$\text{fix}_\sigma = \lambda f : \sigma \rightarrow \sigma. f(\text{fix}_\sigma f) \quad (\text{fix})$$

**letrec**  $f : \sigma = M$  **in**  $N \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{let}$   $f : \sigma = (\text{fix}_\sigma \lambda f : \sigma. M)$  **in**  $N$

**Proj**<sub>1</sub> $\langle M, N \rangle$ , **Proj**<sub>2</sub> $\langle 2, \mathbf{Proj}_2\langle 4, 5 \rangle \rangle$ ,  $[[M/x]N]/y$