Documento de ejemplo para reportar tareas
Lenguajes Formales y Autómatas
CCOS 014
Primavera 2021

José de Jesús Lavalle Martínez

13 de enero de 2021

Resumen

Escribir brevemente qué se está reportando y cuál es su propósito.

1. Nombre de la primera sección

Desarrollar el discurso correspondiente al nombre de la primera sección, por ejemplo:

2. Nombre de la segunda sección

Desarrollar el discurso correspondiente al nombre de la segunda sección, por ejemplo:

3. Conclusiones

Escribir dos o tres conclusiones sobre el trabajo desarrollado con respecto al propósito establecido en el resumen.

4. Otros ejemplos

Ejemplo 1 Considere la gramática

$$G = (\{S\}, \{a, b\}, S, P)$$

con P dado por

$$S \to aSb,$$
$$S \to \lambda.$$

Entonces

$$S \Rightarrow aSb \Rightarrow aaSbb \Rightarrow aabb,$$

así que podemos escribir

$$S \stackrel{*}{\Rightarrow} aabb.$$

La cadena $aabb$ es una oración en el lenguaje generado por G, mientras que $aaSbb$ es una forma oracional.

Una gramática G define completamente a $L(G)$, pero puede que no sea fácil obtener una descripción muy explícita del lenguaje a partir de la gramática. Aquí, sin embargo, la respuesta es bastante clara. No es difícil conjeturar que

$$L(G) = \{a^n b^n; n \geq 0\},$$

y es fácil probarlo. Si notamos que la regla $S \to aSb$ es recursiva, se sugiere inmediatamente una demostración por inducción. Primero mostramos que todas las formas oracionales deben tener la forma

$$w_i = a^i S b^i. \tag{1}$$

Suponga que (1) se cumple para todas las formas oracionales w_i de longitud $2i + 1$ o menos. Para obtener otra forma oracional (que no es una oración), solo podemos aplicar la producción $S \to aSb$. Esto nos da

$$a^i S b^i \Rightarrow a^{i+1} S b^{i+1},$$

de modo que toda forma oracional de longitud $2i + 3$ también tiene la forma (1). Dado que (1) es obviamente cierto para $i = 1$, se cumple por inducción para todo i. Finalmente, para obtener una oración, debemos aplicar la producción $S \to \lambda$, y vemos que

$$S \stackrel{*}{\Rightarrow} a^n S b^n \Rightarrow a^n b^n$$

representa todas las posibles derivaciones. Por tanto, G sólo puede derivar cadenas de la forma $a^n b^n$.

También tenemos que demostrar que se pueden derivar todas las cadenas de esta forma. Esto es fácil; simplemente aplicamos $S \to aSb$ tantas veces como sea necesario, seguido de $S \to \lambda$. $\square$

Ejemplo 2 Considere la gramática $G_1 = (\{A, S\}, \{a, b\}, S, P_1)$, con P_1 que consta de las producciones

$$S \to aAb|\lambda,$$
$$A \to aAb|\lambda.$$

Aquí presentamos una notación abreviada conveniente en la que varias reglas de producción con los mismos lados izquierdos se escriben en la misma línea, con los lados derechos alternativos separados por $|$. En esta notación $S \to aAb|\lambda$ representa las dos producciones $S \to aAb$ y $S \to \lambda$.

Esta gramática es equivalente a la gramática G del ejemplo 1. La equivalencia es fácil de probar mostrando que

$$L(G_1) = \{a^n b^n : n \geq 0\}.$$

$\square$

5. Como se produjo la tarea

1. ¿Cuántas subcadenas aab hay en $ww^R w$, donde $w = aabbab$?

2. Use inducción sobre n para demostrar que $|u^n| = n|u|$ para todas las cadenas u y para todo n.

3. El reverso de una cadena, introducido informalmente anteriormente, se puede definir con mayor precisión mediante las reglas recursivas

$$a^R = a,$$
$$(wa)^R = aw^R,$$

para todo $a \in \Sigma$, $w \in \Sigma^*$. Use esto para demostrar que

$$(uv)^R = v^R u^R,$$

para todo $u, v \in \Sigma^+$.

4. Sea $L = \{ab, aa, baa\}$. ¿Cuáles de las siguientes cadenas están en L^* : $abaabaaabaa, aaaabaaaa, baaaaabaaaab, baaaaabaa$? ¿Qué cadenas están en L^4?

5. Sea $\Sigma = \{a, b\}$ y $L = \{aa, bb\}$. Utilice la notación de conjuntos para describir $\overline{L}$.

6. Demuestre que
$$(L_1L_2)^R = L_2^R L_1^R$$
para todos los lenguajes L_1 y L_2.

7. Encuentre una gramática para el lenguaje $L = \{a^n, \text{ donde n es par}\}$.

8. Dé una descripción sencilla del lenguaje generado por la gramática con producciones
$$\begin{aligned} S &\to aaA, \\ A &\to bS, \\ S &\to \lambda. \end{aligned}$$

9. Encuentre tres cadenas en el lenguaje generado por
$$S \to aSb|bSa|a.$$

10. Complete los argumentos en el Ejemplo 2, mostrando que $L(G_1)$ en efecto genera el lenguaje dado en el Ejemplo 1.

6. La manera de dibujar autómatas