

6.1 Métodos para Transformar Gramáticas

José de Jesús Lavalle Martínez

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Facultad de Ciencias de la Computación
Lenguajes Formales y Autómatas CCOS 014

Primavera 2020

- 1 Membresía y Parsing
- 2 Métodos para Transformar Gramáticas
- 3 Ejercicios

- Dada una cadena w de terminales, queremos saber si w está o no está en $L(G)$, un algoritmo para ello se llama un algoritmo de membresía.

- El término **parsing** o **análisis sintáctico** refiere al proceso de encontrar una secuencia de producciones mediante las cuales se deriva a $w \in L(G)$.

Para saber si $w \in L(G)$.

- 1 Sea $X = \{x : S \Rightarrow x\}$
- 2 Mientras $w \notin X$
 - 1 Sea $X' = \{x' : x \Rightarrow x', x \in X\}$
 - 2 $X \leftarrow X'$
- 3 $w \in L(G)$

Observación 1

- Note que parsing con fuerza bruta no para si $w \notin L(G)$, ya que seguiría produciendo formas sentenciales indefinidamente.

Observación 1

- Tenemos que encontrar una manera de decirle que ya no tiene caso que siga haciendo derivaciones porque la cadena $w \notin L(G)$, ya que las formas sentenciales que estamos derivando son más grandes que la longitud de w .

Observación 1

- Para poder hacer eso tenemos que evitar producciones de la forma $A \rightarrow \lambda$ y $A \rightarrow B$, estos dos tipos de producciones no incrementan la longitud de la forma sentencial derivada en cada paso, note además que $A \rightarrow \lambda$ decrementa la longitud de una forma sentencial cuando se usa.

Teorema 2

Suponga que $G = (V, T, S, P)$ es una gramática libre de contexto que no tiene producciones de la forma $A \rightarrow \lambda$ ni $A \rightarrow B$, donde $A, B \in V$. Entonces parsing con fuerza bruta se puede convertir un algoritmo que, para cualquier $w \in \Sigma^$, o produce una derivación para w o nos dice que no es posible y por lo tanto que $w \notin L(G)$.*

Demostración: Para cada forma sentencial considere tanto su longitud como el número de terminales que tiene. En cada paso se incrementa al menos uno de estos.

Teorema 2

Suponga que $G = (V, T, S, P)$ es una gramática libre de contexto que no tiene producciones de la forma $A \rightarrow \lambda$ ni $A \rightarrow B$, donde $A, B \in V$. Entonces parsing con fuerza bruta se puede convertir un algoritmo que, para cualquier $w \in \Sigma^$, o produce una derivación para w o nos dice que no es posible y por lo tanto que $w \notin L(G)$.*

Ya que ni la longitud de la forma sentencial ni el número de símbolos terminales puede exceder $|w|$, una derivación no puede involucrar más de $2|w|$ pasos,

Teorema 2

Suponga que $G = (V, T, S, P)$ es una gramática libre de contexto que no tiene producciones de la forma $A \rightarrow \lambda$ ni $A \rightarrow B$, donde $A, B \in V$. Entonces parsing con fuerza bruta se puede convertir un algoritmo que, para cualquier $w \in \Sigma^$, o produce una derivación para w o nos dice que no es posible y por lo tanto que $w \notin L(G)$.*

en cuyo momento se tiene un parsing exitoso o w no puede ser generada por la gramática.

Observación 3

Sea L cualquier lenguaje libre de contexto, y sea $G = (V, T, S, P)$ una gramática libre de contexto para $L - \{\lambda\}$. Entonces la gramática que obtenemos al agregar a V la nueva variable S_0 , haciendo a S_0 la variable inicial, y agregando a P las producciones

$$S_0 \rightarrow S|\lambda$$

genera a L .

Por lo tanto, cualquier conclusion no trivial que hagamos para $L - \{\lambda\}$ la podemos transferir con certeza a L .

Así, dado cualquier gramática libre de contexto G , existe un método para obtener \hat{G} tal que $L(\hat{G}) = L(G) - \{\lambda\}$.

Teorema 4

Sea $G = (V, T, S, P)$ una gramática libre de contexto. Suponga que P contiene una producción de la forma $A \rightarrow x_1 B x_2$. Asuma que A y B son variables distintas y que

$$B \rightarrow y_1 | y_2 | \cdots | y_n$$

es el conjunto de todas las producciones en P que tienen a B en su lado izquierdo. Sea $\hat{G} = (V, T, S, \hat{P})$ la gramática en la que \hat{P} se construye borrando de P la producción

$$A \rightarrow x_1 B x_2 \tag{1}$$

y agregando a \hat{P}

$$A \rightarrow x_1 y_1 x_2 | x_1 y_2 x_2 | \cdots | x_1 y_n x_2.$$

Entonces, $L(\hat{G}) = L(G)$.

Demostración: Suponga que $w \in L(G)$, por lo tanto

$$S \xRightarrow{*}_G w.$$

Si la derivación no involucra la producción (1), entonces obviamente

$$S \xRightarrow{*}_{\hat{G}} w.$$

Si involucra la producción (1), tenemos

$$S \xRightarrow{*}_G u_1 A u_2 \Rightarrow_G u_1 x_1 B x_2 u_2 \Rightarrow_G u_1 x_1 y_j x_2 u_2.$$

Pero con la gramática \hat{G} podemos obtener lo mismo

$$S \xRightarrow{*}_{\hat{G}} u_1 A u_2 \Rightarrow_{\hat{G}} u_1 x_1 y_j x_2 u_2.$$

Así, podemos alcanzar la misma forma sentencial con G y \widehat{G} . Si (1) vuelve a aparecer en una forma sentencial posterior, repetimos el argumento. Se sigue, por inducción sobre el número de veces que aparece A en una forma sentencial, que

$$S \xRightarrow{*} \widehat{G} w.$$

Haciendo un razonamiento inverso tenemos que, $w \in L(G)$ si y sólo si $w \in L(\widehat{G})$.

Ejemplo 5

Considere a $G = (\{A, B\}, \{a, b, c\}, A, P)$ con producciones

$$A \rightarrow a|aaA|abBc,$$

$$B \rightarrow abbA|b.$$

Usando la sustitución para la variable B , obtenemos la gramática \hat{G} con producciones

$$A \rightarrow a|aaA|ababbAc|abbc,$$

$$B \rightarrow abbA|b.$$

Tenemos las derivaciones

$$A \Rightarrow_G aaA \Rightarrow_G aaabBc \Rightarrow_G aaabbc$$

$$A \Rightarrow_{\hat{G}} aaA \Rightarrow_{\hat{G}} aaabbc$$

Definición 6

Sea $G = (V, T, S, P)$ una gramática libre de contexto. Una variable $A \in V$ se dice que es **útil** si y sólo si existe al menos una $w \in L(G)$ tal que

$$S \xRightarrow{*} xAy \xRightarrow{*} w, \quad (2)$$

con $x, y \in (V \cup T)^*$. A una variable que no es útil se le llama **inútil**. Una producción es inútil si contiene a cualquier variable inútil.

Ejemplo 7

Considere la gramática cuyas producciones son

$$S \rightarrow aSb | \lambda | A,$$

$$A \rightarrow aA,$$

la producción $S \rightarrow A$ claramente no juega algún papel, ya que A no produce una cadena de terminales, es decir, $A \not\stackrel{*}{\Rightarrow} w, w \in L(G)$. Note sin embargo que A puede ocurrir en una cadena derivada de S .

Ejemplo 7

Considere la gramática cuyas producciones son

$$S \rightarrow aSb | \lambda | A,$$

$$A \rightarrow aA,$$

la producción $S \rightarrow A$ claramente no juega algún papel, ya que A no produce una cadena de terminales, es decir, $A \not\stackrel{*}{\Rightarrow} w, w \in L(G)$. Note sin embargo que A puede ocurrir en una cadena derivada de S .

Quitar esta producción no altera el lenguaje generado y simplifica la gramática.

Ejemplo 8

Considere la gramática con símbolo inicial S y con las siguientes producciones

$$S \rightarrow A,$$

$$A \rightarrow aA|\lambda,$$

$$B \rightarrow bA,$$

la variable B es inútil y por lo tanto la producción $B \rightarrow bA$.

Ejemplo 8

Considere la gramática con símbolo inicial S y con las siguientes producciones

$$\begin{aligned}S &\rightarrow A, \\A &\rightarrow aA|\lambda, \\B &\rightarrow bA,\end{aligned}$$

la variable B es inútil y por lo tanto la producción $B \rightarrow bA$.

No obstante que a partir de B podemos generar una cadena de terminales, no hay forma de que podamos lograr que $S \xRightarrow{*} xBy$.

Ejemplo quitando producciones inútiles I

Elimine símbolos inútiles y producciones de $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P consta de las siguientes producciones

$$S \rightarrow aS|A|C,$$

$$A \rightarrow a,$$

$$B \rightarrow aa,$$

$$C \rightarrow aCb.$$

Ejemplo quitando producciones inútiles I

Elimine símbolos inútiles y producciones de $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P consta de las siguientes producciones

$$S \rightarrow aS|A|C,$$

$$A \rightarrow a,$$

$$B \rightarrow aa,$$

$$C \rightarrow aCb.$$

- Identificar el conjunto de variables que nos llevan a una cadena de terminales. Por las producciones $A \rightarrow a$ y $B \rightarrow aa$, las variables A y B pertenecen a este conjunto.

Ejemplo quitando producciones inútiles I

Elimine símbolos inútiles y producciones de $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P consta de las siguientes producciones

$$S \rightarrow aS|A|C,$$

$$A \rightarrow a,$$

$$B \rightarrow aa,$$

$$C \rightarrow aCb.$$

- Identificar el conjunto de variables que nos llevan a una cadena de terminales. Por las producciones $A \rightarrow a$ y $B \rightarrow aa$, las variables A y B pertenecen a este conjunto.
- También pertenece S ya que $S \Rightarrow A \Rightarrow a$.

Ejemplo quitando producciones inútiles I

Elimine símbolos inútiles y producciones de $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, S, P)$, donde P consta de las siguientes producciones

$$S \rightarrow aS|A|C,$$

$$A \rightarrow a,$$

$$B \rightarrow aa,$$

$$C \rightarrow aCb.$$

- Identificar el conjunto de variables que nos llevan a una cadena de terminales. Por las producciones $A \rightarrow a$ y $B \rightarrow aa$, las variables A y B pertenecen a este conjunto.
- También pertenece S ya que $S \Rightarrow A \Rightarrow a$.
- No se puede decir lo mismo de C , por lo tanto C es un símbolo inútil.

Ejemplo quitando producciones inútiles II

- Quitando C , sus producciones y terminales involucrados sólo con ella (b) obtenemos una gramática G_1 con variables $V_1 = \{S, A, B\}$, terminales $T = \{a\}$ y producciones

$$S \rightarrow aS|A,$$

$$A \rightarrow a,$$

$$B \rightarrow aa.$$

Ejemplo quitando producciones inútiles II

- Quitando C , sus producciones y terminales involucrados sólo con ella (b) obtenemos una gramática G_1 con variables $V_1 = \{S, A, B\}$, terminales $T = \{a\}$ y producciones

$$S \rightarrow aS \mid A,$$

$$A \rightarrow a,$$

$$B \rightarrow aa.$$

- Ahora debemos eliminar las variables que no son alcanzables desde el símbolo inicial. Para lo cual dibujamos un **grafo de dependencias** etiquetando los nodos con las variables y ponemos una arista entre los nodos C y D si y sólo si hay una producción de la forma

$$C \rightarrow xDy$$

.

- Quitando a B de las variables, las producciones en las que aparece y los correspondientes terminales afectados obtenemos la gramática final $\hat{G} = (\{S, A\}, \{a\}, S, \hat{P})$ donde \hat{P} consta de las producciones

$$S \rightarrow aS|A,$$

$$A \rightarrow a.$$

Teorema 9

Sea $G = (V, T, S, P)$ una gramática libre de contexto. Entonces existe una gramática equivalente $\hat{G} = (\hat{V}, \hat{T}, S, \hat{P})$ que no contiene variables ni producciones inútiles.

Demostración: La gramática \hat{G} puede generarse de G por un algoritmo que consta de dos partes. En la primera parte construimos una gramática intermedia $G_1 = (V_1, T_1, S, P_1)$ tal que V_1 sólo contiene variables A para las cuales

$$A \xRightarrow{*} w \in T^*$$

es posible.

El algoritmo es el siguiente

- 1 $V_1 \leftarrow \emptyset$.
- 2 Repita el siguiente paso hasta que no se puedan agregar más variables a V_1 . Para todo $A \in V$ para la cual P tenga una producción de la forma

$$A \rightarrow x_1x_2 \cdots x_n, \text{ con toda } x_i \in V_1 \cup T,$$

agregue A a V_1 .

- 3 P_1 se compondrá de todas las producciones en P que tengan todos sus símbolos en $V_1 \cup T$.

Teorema sobre símbolos inútiles III

- El procedimiento anterior termina ya que el número de variables y producciones es finito.

Teorema sobre símbolos inútiles III

- Si $A \in V_1$, entonces $A \xRightarrow{*} w \in T^*$ es una derivación posible en G_1 . Como inicialmente $V_1 \leftarrow \emptyset$, entonces en la iteración primera del segundo paso del algoritmo se agregan a V_1 todas las variables A que sean la parte izquierda de producciones de la forma

$$A \rightarrow a_1 a_2 \cdots a_m, m \geq 1, a_i \in T.$$

- Las siguientes iteraciones del paso dos sólo agregarán variables A que sean la parte izquierda de producciones de la forma

$$A \rightarrow x_1x_2 \cdots x_n, \text{ con toda } x_i \in V_1 \cup T, \quad (3)$$

como el número de producciones es finito, todas las variables que cumplan con (3) serán incluidas en V_1 . Además si $A \in V_1$, entonces $A \xRightarrow{*} w \in T^*$.

En la segunda parte de la construcción, obtenemos \hat{G} a partir de G_1 .

- Construimos el grafo de dependencias de las variables de G_1 para encontrar todas las variables para las que no hay un camino desde S .

En la segunda parte de la construcción, obtenemos \hat{G} a partir de G_1 .

- Construimos el grafo de dependencias de las variables de G_1 para encontrar todas las variables para las que no hay un camino desde S .
- Las variables que no son alcanzables se eliminan del conjunto de variables y también se eliminan las producciones donde aparecen. También eliminan los símbolos terminales que no aparecen en producciones útiles. El resultado es la gramática $\hat{G} = (\hat{V}, \hat{T}, S, \hat{P})$.

En la segunda parte de la construcción, obtenemos \hat{G} a partir de G_1 .

- Construimos el grafo de dependencias de las variables de G_1 para encontrar todas las variables para las que no hay un camino desde S .
- Las variables que no son alcanzables se eliminan del conjunto de variables y también se eliminan las producciones donde aparecen. También eliminan los símbolos terminales que no aparecen en producciones útiles. El resultado es la gramática $\hat{G} = (\hat{V}, \hat{T}, S, \hat{P})$.
- Por la construcción, \hat{G} no contiene símbolos ni producciones inútiles.

- Para cada $w \in L(G)$ tenemos una derivación

$$S \xRightarrow{*}_G xAy \xRightarrow{*}_G w.$$

Ya que la construcción de \widehat{G} retiene a A y todas sus producciones asociadas, tenemos todo lo que necesitamos para hacer la derivación

$$S \xRightarrow{*}_{\widehat{G}} xAy \xRightarrow{*}_{\widehat{G}} w.$$

Así $w \in L(\widehat{G})$ y por lo tanto $L(G) \subseteq L(\widehat{G})$.

- Para cada $w \in L(G)$ tenemos una derivación

$$S \xRightarrow{*}_G xAy \xRightarrow{*}_G w.$$

Ya que la construcción de \widehat{G} retiene a A y todas sus producciones asociadas, tenemos todo lo que necesitamos para hacer la derivación

$$S \xRightarrow{*}_{\widehat{G}} xAy \xRightarrow{*}_{\widehat{G}} w.$$

Así $w \in L(\widehat{G})$ y por lo tanto $L(G) \subseteq L(\widehat{G})$.

- La gramática \widehat{G} se construye a partir de G quitando producciones, así que $\widehat{P} \subseteq P$, por lo tanto $L(\widehat{G}) \subseteq L(G)$. Así $L(G) = L(\widehat{G})$, por lo tanto las gramática G y \widehat{G} son equivalentes.

Definición 10

En una gramática libre de contexto a cualquier producción de la forma

$$A \rightarrow \lambda$$

se le llama **producción- λ** . A cualquier variable A para la que es posible la siguiente derivación

$$A \xRightarrow{*} \lambda \quad (4)$$

se le llama **variable anulable**.

Ejemplo 11

Considere la gramática dada por las siguientes producciones.

$$S \rightarrow aS_1b,$$

$$S_1 \rightarrow aS_1b|\lambda,$$

y variable inicial S . Esta gramática genera el lenguaje $\{a^n b^n : n \geq 1\}$ que no contiene a λ . La producción- λ $S_1 \rightarrow \lambda$ se puede quitar después de agregar nuevas producciones obtenidas sustituyendo λ por S_1 donde esta variable ocurra a la derecha. Con lo cual obtenemos la gramática dada por las producciones

$$S \rightarrow aS_1b|ab,$$

$$S_1 \rightarrow aS_1b|ab,$$

Teorema 12

Sea G cualquier gramática libre de contexto que no genere a λ . Entonces existe una gramática equivalente \hat{G} sin producciones- λ .

Demostración: Primero construya el conjunto V_N de todas las variables anulables de G , mediante los siguientes pasos

- 1 Para todas las producciones $A \rightarrow \lambda$ ponga A en V_N .
- 2 Repita el siguiente paso hasta que no haya más variables que agregar a V_N .

Para todas las producciones

$$B \rightarrow A_1 A_2 \cdots A_n,$$

donde A_1, A_2, \cdots, A_n están en V_N , ponga a B en V_N .

Teorema quitando producciones- λ II

Luego, incluimos en \widehat{P} todas las producciones de P que tengan la forma

$$A \rightarrow x_1x_2 \cdots x_m, m \geq 1, \quad (5)$$

donde cada $x_i \in V \cup T$.

Además incluiremos en \widehat{P} las producciones generadas al reemplazar todas las variables anulables de (5) con λ en todas las combinaciones posibles.

Por ejemplo, si x_i y x_j son anulables, entonces habrá una producción en \widehat{P} con x_i reemplazado por λ , otra donde x_j es reemplazado por λ y una más donde tanto x_i como x_j son reemplazados con λ .

Si todas las x_i en (5) son anulables, entonces la producción $P \rightarrow \lambda$ no se pone en \widehat{P} .

Ejemplo 13

Encuentre una gramática libre de contexto sin producciones- λ equivalente a la gramática definida mediante

$$S \rightarrow ABaC,$$

$$A \rightarrow BC,$$

$$B \rightarrow b|\lambda,$$

$$C \rightarrow D|\lambda,$$

$$D \rightarrow d.$$

Ejemplo quitando producciones- λ II

$$V_N = \{A, B, C\}$$

$$S \rightarrow ABaC,$$

$$A \rightarrow BC,$$

\vdots

$$S \rightarrow ABaC | \lambda BaC | A\lambda aC | ABa\lambda | \lambda\lambda aC | A\lambda a\lambda | \lambda Ba\lambda | \lambda\lambda a\lambda,$$

$$B \rightarrow B\lambda | \lambda C | BC,$$

$$B \rightarrow b,$$

$$C \rightarrow D,$$

$$D \rightarrow d.$$

Definición 14

A cualquier producción de una gramática libre de contexto de la forma

$$A \rightarrow B,$$

donde $A, B \in V$, se le llama **producción unitaria**.

Teorema 15

Sea $G = (V, T, S, P)$ cualquier gramática sin producciones- λ . Entonces existe una gramática libre de contexto $\hat{G} = (\hat{V}, T, S, \hat{P})$ que no contiene producciones unitarias y es equivalente a G .

Demostración: Cualquier producción unitaria de la forma $A \rightarrow A$ se puede quitar sin que haya un efecto, así que sólo es necesario considerar $A \rightarrow B$, donde A y B son variables distintas. A primera vista pareciera que podemos usar el teorema (1) directamente con $x_1 = x_2 = \lambda$ para reemplazar

$$A \rightarrow B$$

con

$$A \rightarrow y_1|y_2|\cdots|y_n.$$

Teorema quitando producciones unitarias II

Pero esto no funciona en el caso especial

$$\begin{aligned}A &\rightarrow B \\ B &\rightarrow A,\end{aligned}$$

las producciones unitarias no se quitan.

Para solucionarlo, busque, para cada A , todas las variables B tales que

$$A \xRightarrow{*} B \tag{6}$$

Para lo cual se dibuja un grafo de dependencias con una arista (C, D) siempre que la gramática tenga una producción unitaria $C \rightarrow D$, entonces (6) se cumple siempre que haya un camino entre A y B .

Teorema quitando producciones unitarias III

La nueva gramática \hat{G} se obtiene poniendo primero en \hat{P} todas las producciones no unitarias de P .

Teorema quitando producciones unitarias III

La nueva gramática \widehat{G} se obtiene poniendo primero en \widehat{P} todas las producciones no unitarias de P .

Luego, para todo A y B que satisface (6) se agregan a \widehat{P}

$$A \rightarrow y_1|y_2|\cdots|y_n,$$

donde $B \rightarrow y_1|y_2|\cdots|y_n$ son todas las reglas en \widehat{P} que tienen a B del lado izquierdo.

Teorema quitando producciones unitarias III

La nueva gramática \hat{G} se obtiene poniendo primero en \hat{P} todas las producciones no unitarias de P .

Luego, para todo A y B que satisface (6) se agregan a \hat{P}

$$A \rightarrow y_1|y_2|\cdots|y_n,$$

donde $B \rightarrow y_1|y_2|\cdots|y_n$ son todas las reglas en \hat{P} que tienen a B del lado izquierdo.

Note que como $B \rightarrow y_1|y_2|\cdots|y_n$ son tomadas de \hat{P} , ninguna de las y_i puede ser una sola variable, así que no se crea ninguna producción unitaria en el último paso.

Teorema quitando producciones unitarias III

La nueva gramática \widehat{G} se obtiene poniendo primero en \widehat{P} todas las producciones no unitarias de P .

Luego, para todo A y B que satisface (6) se agregan a \widehat{P}

$$A \rightarrow y_1|y_2|\cdots|y_n,$$

donde $B \rightarrow y_1|y_2|\cdots|y_n$ son todas las reglas en \widehat{P} que tienen a B del lado izquierdo.

Note que como $B \rightarrow y_1|y_2|\cdots|y_n$ son tomadas de \widehat{P} , ninguna de las y_i puede ser una sola variable, así que no se crea ninguna producción unitaria en el último paso.

Para demostrar que las gramáticas son equivalentes razonamos como lo hicimos en el teorema (1).

Ejemplo 16

Quite todas las producciones unitarias de la gramática dada por las producciones

$$S \rightarrow Aa|B,$$

$$B \rightarrow A|bb,$$

$$A \rightarrow a|bc|B.$$

Ejemplo 16

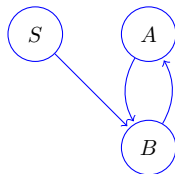
Quite todas las producciones unitarias de la gramática dada por las producciones

$$S \rightarrow Aa|B,$$

$$B \rightarrow A|bb,$$

$$A \rightarrow a|bc|B.$$

El grafo de dependencias de las producciones unitarias es



Ejemplo quitando producciones unitarias III

Ahora agregamos a \hat{P} las producciones no unitarias de P

$$S \rightarrow Aa,$$

$$B \rightarrow bb,$$

$$A \rightarrow a|bc.$$

Ejemplo quitando producciones unitarias III

Ahora agregamos a \hat{P} las producciones no unitarias de P

$$S \rightarrow Aa,$$

$$B \rightarrow bb,$$

$$A \rightarrow a|bc.$$

Recordemos que $S \xrightarrow{*} A$, $S \xrightarrow{*} B$, $B \xrightarrow{*} A$ y $A \xrightarrow{*} B$. Agregamos las nuevas reglas que satisfacen (6).

$$S \rightarrow a|bc|bb,$$

$$B \rightarrow a|bc,$$

$$A \rightarrow bb.$$

Teorema 17

Sea L un lenguaje libre de contexto que no contenga λ . Entonces existe una gramática libre de contexto que genera L y que no tiene producciones inútiles, ni producciones- λ , ni producciones unitarias.

Teorema 17

Sea L un lenguaje libre de contexto que no contenga λ . Entonces existe una gramática libre de contexto que genera L y que no tiene producciones inútiles, ni producciones- λ , ni producciones unitarias.

Demostración: Los procedimientos dados en los teoremas 9, 12 y 15, remueven respectivamente esos tipos de producciones. Sin embargo note que

Teorema 17

Sea L un lenguaje libre de contexto que no contenga λ . Entonces existe una gramática libre de contexto que genera L y que no tiene producciones inútiles, ni producciones- λ , ni producciones unitarias.

Demostración: Los procedimientos dados en los teoremas 9, 12 y 15, remueven respectivamente esos tipos de producciones. Sin embargo note que

- El procedimiento para eliminar producciones- λ puede crear producciones unitarias.

Teorema 17

Sea L un lenguaje libre de contexto que no contenga λ . Entonces existe una gramática libre de contexto que genera L y que no tiene producciones inútiles, ni producciones- λ , ni producciones unitarias.

Demostración: Los procedimientos dados en los teoremas 9, 12 y 15, remueven respectivamente esos tipos de producciones. Sin embargo note que

- El procedimiento para eliminar producciones- λ puede crear producciones unitarias.
- El procedimiento para eliminar producciones unitarias requiere que la gramática no tenga producciones- λ .

Teorema 17

Sea L un lenguaje libre de contexto que no contenga λ . Entonces existe una gramática libre de contexto que genera L y que no tiene producciones inútiles, ni producciones- λ , ni producciones unitarias.

Demostración: Los procedimientos dados en los teoremas 9, 12 y 15, remueven respectivamente esos tipos de producciones. Sin embargo note que

- El procedimiento para eliminar producciones- λ puede crear producciones unitarias.
- El procedimiento para eliminar producciones unitarias requiere que la gramática no tenga producciones- λ .
- Eliminar producciones unitarias no crea producciones- λ .

Teorema 17

Sea L un lenguaje libre de contexto que no contenga λ . Entonces existe una gramática libre de contexto que genera L y que no tiene producciones inútiles, ni producciones- λ , ni producciones unitarias.

Demostración: Los procedimientos dados en los teoremas 9, 12 y 15, remueven respectivamente esos tipos de producciones. Sin embargo note que

- El procedimiento para eliminar producciones- λ puede crear producciones unitarias.
- El procedimiento para eliminar producciones unitarias requiere que la gramática no tenga producciones- λ .
- Eliminar producciones unitarias no crea producciones- λ .
- Eliminar producciones inútiles no crea ni producciones- λ , ni producciones unitarias.

Por lo tanto, podemos eliminar las producciones indeseables siguiendo la siguiente secuencia de pasos

- 1 Quite las producciones- λ .
- 2 Quite las producciones unitarias.
- 3 Quite las producciones inútiles.

Siguiendo dichos pasos el teorema 17 se cumple.

- 1 Elimine la variable B de la gramática

$$S \rightarrow aSB|bB,$$
$$B \rightarrow aA|b.$$

- 2 Elimine las producciones inútiles de la gramática

$$S \rightarrow aS|AB|\lambda,$$
$$A \rightarrow bA,$$
$$B \rightarrow AA.$$

- 3 Elimine las producciones- λ de

$$S \rightarrow aSSS,$$
$$S \rightarrow bb|\lambda.$$

- 4 Elimine las producciones- λ de

$$S \rightarrow AaB|aaB,$$

$$A \rightarrow \lambda,$$

$$B \rightarrow bbA|\lambda.$$

- 5 Elimine las producciones unitarias, las producciones inútiles y las producciones- λ de la gramática dada por las producciones

$$S \rightarrow aA|aBB,$$

$$A \rightarrow aaA|\lambda,$$

$$B \rightarrow bB|bbC,$$

$$C \rightarrow B.$$