Otros Modelos de Máquinas de Turing

José de Jesús Lavalle Martínez

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Facultad de Ciencias de la Computación
Lenguajes Formales y Autómatas CCOS 014

Primavera 2021

Contenido

Definición 1

Una máquina de Turing se define por la septupla

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \Box, F),$$

donde

Q es el conjunto de estados internos de la unidad de control,

Σ es el alfabeto de entrada,

Γ es un conjunto finito de símbolos llamado el **alfabeto de la cinta**,

$\delta : Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{L, R\}$ es la función de transición,

$q_0 \in Q$ es el estado inicial de la unidad de control,

$\Box \in \Gamma$ es un símbolo especial llamado **blanco**,

$F \subseteq Q$ es el conjunto de estados finales.

Se asume que $\Sigma \subseteq \Gamma - \{\Box\}$.

- Nuestra definición de una máquina de Turing estándar no es la única posible; hay definiciones alternativas que podrían servir igualmente bien.

Motivación I

- Las conclusiones que podemos sacar sobre el poder de una máquina de Turing son en gran medida independientes de la estructura específica elegida para ella.

Motivación I

- En este capítulo examinamos algunas variaciones, mostrando que la máquina de Turing estándar es equivalente en cierto sentido a otros modelos más complejos.

Motivación I

- Si aceptamos la tesis de Turing, esperamos que complicar la máquina de Turing estándar dándole un dispositivo de almacenamiento más complejo no tendrá ningún efecto sobre el poder del autómata.

Motivación I

- Cualquier cálculo que se pueda realizar en una nueva disposición de este tipo seguirá perteneciendo a la categoría de cálculo mecánico y, por lo tanto, se puede realizar mediante un modelo estándar.

Motivación II

- No obstante, es instructivo estudiar modelos más complejos, aunque sólo sea por el hecho de que una demostración explícita del resultado esperado demostrará el poder de la máquina de Turing y, por lo tanto, aumentará nuestra confianza en la tesis de Turing.

Motivación II

- Son posibles muchas variaciones del modelo básico de la Definición 1.

Motivación II

- Por ejemplo, podemos considerar máquinas de Turing con más de una cinta o con cintas que se extienden en varias dimensiones.

Motivación II

- Consideraremos variantes que serán útiles en discusiones posteriores.

Variaciones menores a las Máquinas de Turing

- Primero consideramos algunos cambios relativamente menores en la Definición 1 e investigamos si estos cambios hacen alguna diferencia en el concepto general.

- Siempre que cambiamos una definición, introducimos un nuevo tipo de autómatas y planteamos la cuestión de si estos nuevos autómatas son en algún sentido real diferentes de los que ya hemos encontrado.

- ¿Qué entendemos por diferencia esencial entre una clase de autómatas y otra?

Variaciones menores a las Máquinas de Turing

- Aunque puede haber claras diferencias en sus definiciones, estas diferencias pueden no tener consecuencias interesantes.

- Hemos visto un ejemplo de esto en el caso de autómatas finitos deterministas y no deterministas.

- Estos tienen definiciones bastante diferentes, pero son equivalentes en el sentido de que ambos se identifican exactamente con la familia de lenguas regulares.

- Extrapolando esto, podemos definir equivalencia o no equivalencia para clases de autómatas en general.

Equivalencia de Clases de Autómatas I

- Siempre que definamos la equivalencia para dos autómatas o clases de autómatas, debemos establecer cuidadosamente qué debe entenderse por esta equivalencia.

Definición 2

Dos autómatas son equivalentes si aceptan el mismo lenguaje. Considere dos clases de autómatas C_1 y C_2. Si por cada autómata M_1 en C_1 hay un autómata M_2 en C_2 tal que

$$L(M_1) = L(M_2)$$

decimos que C_2 es al menos tan poderosa como C_1. Si lo contrario también se cumple y para cada M_2 en C_2 hay un M_1 en C_1 tal que $L(M_1) = L(M_2)$, decimos que C_1 y C_2 son equivalentes.

- Hay muchas formas de establecer la equivalencia de los autómatas.

- La construcción del Teorema 2.2 hace esto para dfas y nfas.

- Para demostrar la equivalencia en conexión con las máquinas de Turing, a menudo usamos una técnica importante llamada **simulación**.

Equivalencia de Clases de Autómatas III

- Sea M un autómata. Decimos que otro autómata $\widehat{M}$ puede simular un cálculo de M si $\widehat{M}$ puede imitar el cálculo de M de la siguiente manera.

Equivalencia de Clases de Autómatas III

- Sea M un autómata. Decimos que otro autómata $\widehat{M}$ puede simular un cálculo de M si $\widehat{M}$ puede imitar el cálculo de M de la siguiente manera.
- Sea $d_0, d_1, \ldots$ la secuencia de descripciones instantáneas de un cálculo de M, es decir,

$$d_0 \vdash_M d_1 \vdash_M \cdots \vdash_M d_n \cdots .$$

Equivalencia de Clases de Autómatas III

- Sea M un autómata. Decimos que otro autómata $\widehat{M}$ puede simular un cálculo de M si $\widehat{M}$ puede imitar el cálculo de M de la siguiente manera.
- Sea $d_0, d_1, \ldots$ la secuencia de descripciones instantáneas de un cálculo de M, es decir,

$$d_0 \vdash_M d_1 \vdash_M \cdots \vdash_M d_n \cdots .$$

- Entonces $\widehat{M}$ simula este cálculo si lleva a cabo un

$$\widehat{d_0} \overset{*}{\vdash}_{\widehat{M}} \widehat{d_1} \overset{*}{\vdash}_{\widehat{M}} \cdots \overset{*}{\vdash}_{\widehat{M}} \widehat{d_n} \cdots ,$$

donde $\widehat{d_0}, \widehat{d_1}, \ldots$ son descripciones instantáneas, de manera que cada una de ellas está asociada a una configuración única de M.

- Sea M un autómata. Decimos que otro autómata $\widehat{M}$ puede simular un cálculo de M si $\widehat{M}$ puede imitar el cálculo de M de la siguiente manera.
- Sea $d_0, d_1, \ldots$ la secuencia de descripciones instantáneas de un cálculo de M, es decir,

$$d_0 \vdash_M d_1 \vdash_M \cdots \vdash_M d_n \cdots .$$

- Entonces $\widehat{M}$ simula este cálculo si lleva a cabo un

$$\widehat{d_0} \overset{*}{\vdash}_{\widehat{M}} \widehat{d_1} \overset{*}{\vdash}_{\widehat{M}} \cdots \overset{*}{\vdash}_{\widehat{M}} \widehat{d_n} \cdots ,$$

  donde $\widehat{d_0}, \widehat{d_1}, \ldots$ son descripciones instantáneas, de manera que cada una de ellas está asociada a una configuración única de M.
- En otras palabras, si conocemos el cálculo realizado por $\widehat{M}$, podemos determinar a partir de él exactamente qué cálculos habría realizado M, dada la configuración inicial correspondiente.

Equivalencia de Clases de Autómatas IV

- Tenga en cuenta que la simulación de un solo movimiento $d_i \vdash_M d_{i+1}$ de M puede implicar varios movimientos de $\widehat{M}$.

Equivalencia de Clases de Autómatas IV

- Las configuraciones intermedias en $\widehat{d_i} \overset{*}{\vdash}_{\widehat{M}} \widehat{d}_{i+1}$ pueden no corresponder a ninguna configuración de M, pero esto no afecta nada si podemos decir qué configuraciones de $\widehat{M}$ son relevantes.

- Siempre que podamos determinar a partir del cálculo de $\widehat{M}$ lo que habría hecho M, la simulación es adecuada. Si $\widehat{M}$ puede simular todos los cálculos de M, decimos que $\widehat{M}$ puede simular M.

Equivalencia de Clases de Autómatas IV

- Debería quedar claro que si $\widehat{M}$ puede simular M, entonces las cosas se pueden arreglar para que M y $\widehat{M}$ acepten el mismo lenguaje, y los dos autómatas sean equivalentes.

- Para demostrar la equivalencia de dos clases de autómatas, mostramos que por cada máquina en una clase, hay una máquina en la segunda clase capaz de simularla, y viceversa.

Máquinas de Turing con opción de permanencia I

- En nuestra definición de una máquina de Turing estándar, la cabeza de lectura y escritura debe moverse hacia la derecha o hacia la izquierda.

Máquinas de Turing con opción de permanencia I

- A veces es conveniente proporcionar una tercera opción, que la cabeza de lectura y escritura permanezca en su lugar después de reescribir el contenido de la celda.

- Por lo tanto, podemos definir una máquina de Turing con una opción de permanencia reemplazando δ en la Definición 1 por

$$\delta : Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{L, R, S\}$$

con la interpretación de que S significa que no hay movimiento de la cabeza de lectura-escritura.

Máquinas de Turing con opción de permanencia I

- Esta opción no amplía la potencia del autómata.

Máquinas de Turing con opción de permanencia II

Teorema 1

La clase de máquinas Turing con opción de permanencia es equivalente a la clase de máquinas Turing estándar.

Máquinas de Turing con opción de permanencia II

Teorema 1

La clase de máquinas Turing con opción de permanencia es equivalente a la clase de máquinas Turing estándar.

Demostración:

- Dado que una máquina de Turing con una opción de permanencia es claramente una extensión del modelo estándar, es obvio que cualquier máquina de Turing estándar puede ser simulada por una con una opción de permanencia.

Teorema 1

La clase de máquinas Turing con opción de permanencia es equivalente a la clase de máquinas Turing estándar.

Demostración:

- Para mostrar el sentido contrario, sea $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \Box, F)$ una máquina de Turing con una opción de permanencia para ser simulada por una máquina de Turing estándar $\widehat{M} = (\widehat{Q}, \Sigma, \Gamma, \widehat{\delta}, \widehat{q}_0, \Box, \widehat{F})$.

Teorema 1

La clase de máquinas Turing con opción de permanencia es equivalente a la clase de máquinas Turing estándar.

Demostración:

- Para cada movimiento de M, la máquina de simulación $\widehat{M}$ hace lo siguiente.

Máquinas de Turing con opción de permanencia III

- Si el movimiento de M no implica la opción de permanecer, la máquina simuladora realiza un movimiento, esencialmente idéntico al movimiento que se va a simular.

- Si S está involucrado en el movimiento de M, entonces $\widehat{M}$ hará dos movimientos: el primero reescribe el símbolo y mueve la cabeza de lectura-escritura hacia la derecha; el segundo mueve la cabeza de lectura y escritura hacia la izquierda, dejando inalterado el contenido de la cinta.

Máquinas de Turing con opción de permanencia III

- La máquina de simulación se puede construir a partir de M definiendo $\widehat{\delta}$ de la siguiente manera:

Máquinas de Turing con opción de permanencia III

- Para cada transición

$$\delta(q_i, a) = (q_j, b, L \text{ o } R),$$

ponemos en $\widehat{\delta}$

$$\widehat{\delta}(\widehat{q}_i, a) = (\widehat{q}_j, b, L \text{ o } R).$$

Máquinas de Turing con opción de permanencia IV

- Para cada transición-S

$$\delta(q_i, a) = (q_j, b, S),$$

ponemos en $\widehat{\delta}$ las transiciones correspondientes

$$\widehat{\delta}(\widehat{q}_i, a) = (\widehat{q}_{j_S}, b, R)$$

y

$$\widehat{\delta}(\widehat{q}_{j_S}, c) = (\widehat{q}_j, c, L),$$

para todo $c \in \Gamma$.

Máquinas de Turing con opción de permanencia IV

- Es razonablemente obvio que cada cálculo de M tiene un cálculo correspondiente de $\widehat{M}$, de modo que $\widehat{M}$ puede simular M.

$\blacksquare$

- La simulación es una técnica estándar para mostrar la equivalencia de autómatas, y el formalismo que hemos descrito lo hace posible, como se muestra en el teorema anterior, hablar sobre el proceso con precisión y demostrar teoremas sobre equivalencia.

- En nuestra discusión posterior, usamos la noción de simulación con frecuencia, pero generalmente no intentamos describir todo de una manera rigurosa y detallada.

- Las simulaciones completas con máquinas de Turing suelen ser engorrosas.

Máquinas de Turing con opción de permanencia V

- Para evitar esto, mantenemos nuestra discusión descriptiva, más que en forma de prueba de teoremas.

Máquinas de Turing con opción de permanencia V

- Las simulaciones se dan sólo a grandes rasgos, pero no debería ser difícil ver cómo se pueden hacer rigurosas.

Máquinas de Turing con opción de permanencia V

- Al lector le resultará instructivo esbozar cada simulación en algún lenguaje de nivel superior o en pseudocódigo.

Máquinas de Turing con Múltiples Pistas I

- Antes de presentar otros modelos, hacemos un comentario sobre la máquina de Turing estándar.

Máquinas de Turing con Múltiples Pistas I

- Está implícito en la Definición 1 que cada símbolo de cinta puede estar compuesto de caracteres en lugar de uno solo.

Máquinas de Turing con Múltiples Pistas I

- Esto puede hacerse más explícito dibujando una versión ampliada de la Figura 9.1 (Figura 1), en la que los símbolos de la cinta son tripletes de algún alfabeto más simple.

Máquinas de Turing con Múltiples Pistas I

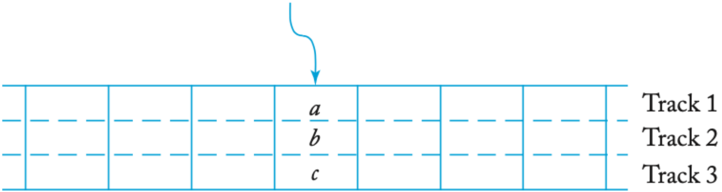

Figure 1: Máquina de Turing con tres pistas.

Máquinas de Turing con Múltiples Pistas II

- En la imagen, hemos dividido cada celda de la cinta en tres partes, llamadas **pistas**, cada una de las cuales contiene un miembro del triplete.

Máquinas de Turing con Múltiples Pistas II

- Con base en esta visualización, este autómata a veces se denomina máquina de Turing con **múltiples pistas**, pero tal vista de ninguna manera extiende la Definición 1, ya que todo lo que tenemos que hacer es que cada símbolo en el alfabeto Γ se componga de varias partes.

Máquinas de Turing con Múltiples Pistas II

- Sin embargo, otros modelos de máquinas de Turing implican un cambio de definición, por lo que debe demostrarse la equivalencia con la máquina estándar.

La máquina de Turing fuera de línea I

- La definición general de un autómata en el Capítulo 1 contenía un archivo de entrada así como un almacenamiento temporal.

La máquina de Turing fuera de línea I

- En la Definición 1 descartamos el archivo de entrada por razones de simplicidad, alegando que esto no hace ninguna diferencia en el concepto de máquina de Turing.

La máquina de Turing fuera de línea I

- Ahora ampliamos esta afirmación.

La máquina de Turing fuera de línea I

- Si volvemos a poner el archivo de entrada en la discusión, obtenemos lo que se conoce como una **máquina de Turing fuera de línea**.

La máquina de Turing fuera de línea I

- En una máquina de este tipo, cada movimiento se rige por el estado interno, lo que se lee actualmente en el archivo de entrada y lo que ve la cabeza de lectura y escritura.

La máquina de Turing fuera de línea I

- En la Figura 2 se muestra una representación esquemática de una máquina fuera de línea.

La máquina de Turing fuera de línea II

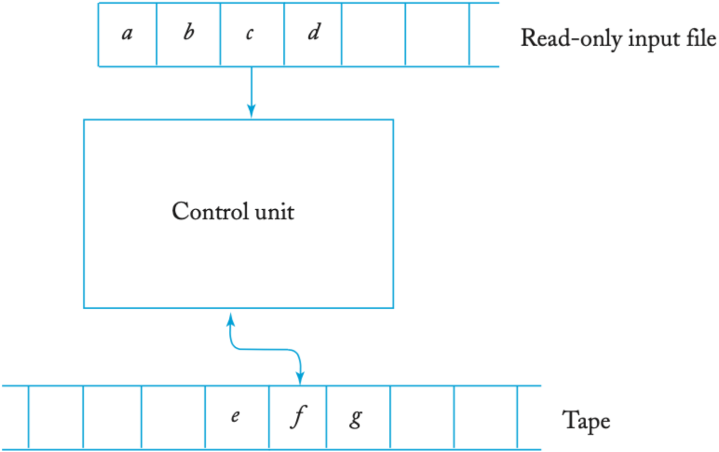

Figure 2: Máquina de Turing fuera de línea.

La máquina de Turing fuera de línea III

- Es fácil hacer una definición formal de una máquina de Turing fuera de línea, pero dejaremos esto como un ejercicio.

La máquina de Turing fuera de línea III

- Lo que queremos hacer brevemente es indicar por qué la clase de máquinas de Turing fuera de línea es equivalente a la clase de máquinas estándar.

La máquina de Turing fuera de línea III

- Primero, el comportamiento de cualquier máquina de Turing estándar puede simularse mediante algún modelo fuera de línea.

La máquina de Turing fuera de línea III

- Todo lo que necesita hacer la máquina de simulación es copiar la entrada del archivo de entrada a la cinta. Entonces puede proceder de la misma manera que la máquina estándar.

La máquina de Turing fuera de línea III

- La simulación de una máquina M fuera de línea por una máquina estándar $\widehat{M}$ requiere una descripción más extensa.

- Una máquina estándar puede simular el cálculo de una máquina fuera de línea utilizando la disposición de cuatro pistas que se muestra en la Figura 3.

- En esa imagen, el contenido de la cinta que se muestra representa la configuración específica de la Figura 2.

La máquina de Turing fuera de línea IV

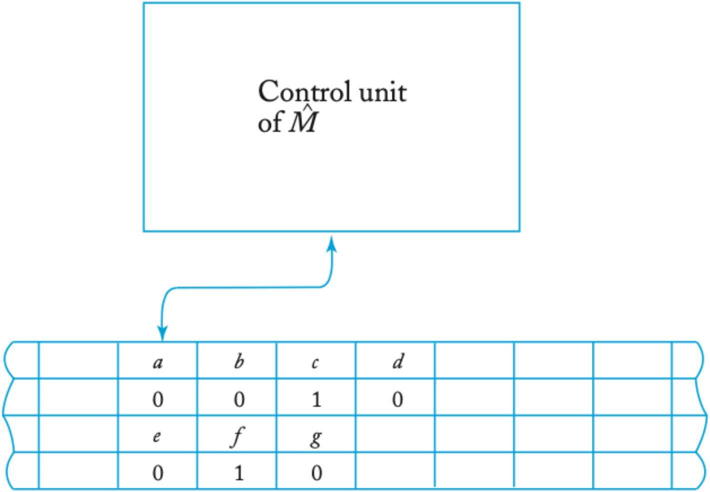

Figure 3: Máquina de Turing estándar $\widehat{M}$ que simula la máquina de Turing fuera de línea M.

La máquina de Turing fuera de línea V

- Cada una de las cuatro pistas de $\widehat{M}$ juega un papel específico en la simulación.

La máquina de Turing fuera de línea V

- La primera pista tiene la entrada, la segunda marca la posición en la que se lee la entrada, la tercera representa la cinta de M y la cuarta muestra la posición de la cabeza de lectura y escritura de M.

- La simulación de cada movimiento de M requiere un número de movimientos de $\widehat{M}$.

La máquina de Turing fuera de línea V

- Comenzando desde alguna posición estándar, digamos el extremo izquierdo, y con la información relevante marcada por marcadores de fin especiales, $\widehat{M}$ busca en la pista 2 para ubicar la posición en la que se lee el archivo de entrada de M.

La máquina de Turing fuera de línea VI

- El símbolo que se encuentra en la celda correspondiente en la pista 1 se recuerda poniendo la unidad de control de $\widehat{M}$ en un estado elegido para este propósito.

La máquina de Turing fuera de línea VI

- A continuación, se busca en la pista 4 la posición de la cabeza de lectura-escritura de M.

La máquina de Turing fuera de línea VI

- Con la entrada recordada y el símbolo en la pista 3, ahora sabemos que debe hacer M. $\widehat{M}$ recuerda nuevamente esta información con un estado interno apropiado.

La máquina de Turing fuera de línea VI

- A continuación, las cuatro pistas de la cinta de $\widehat{M}$ se modifican para reflejar el movimiento de M.

La máquina de Turing fuera de línea VI

- Finalmente, la cabeza de lectura y escritura de $\widehat{M}$ vuelve a la posición estándar para la simulación del siguiente movimiento.

Ejercicios I

1. Considere una máquina de Turing que, en cualquier movimiento en particular, puede cambiar el símbolo de la cinta o mover la cabeza de lectura y escritura, pero no ambos.
   1. Dé una definición formal de tal máquina.
   2. Demuestre que la clase de tales máquinas es equivalente a la clase de máquinas de Turing estándar.
2. Muestre cómo una máquina del tipo definido en el ejercicio anterior podría simular los movimientos

$$\delta(q_i, a) = (q_j, b, R)$$
$$\delta(q_i, b) = (q_k, a, L)$$

de una máquina de Turing estándar.

Máquinas de Turing con almacenamiento más complejo I

- El dispositivo de almacenamiento de una máquina Turing estándar es tan simple que uno podría pensar que es posible ganar poder mediante el uso de dispositivos de almacenamiento más complejos.

Máquinas de Turing con almacenamiento más complejo I

- Pero este no es el caso, como ilustramos ahora.

Máquinas de Turing Multicintas I

- Una máquina de Turing multicintas es una máquina de Turing con varias cintas, cada una con su propia cabeza de lectura y escritura controlada independientemente (Figura 4).

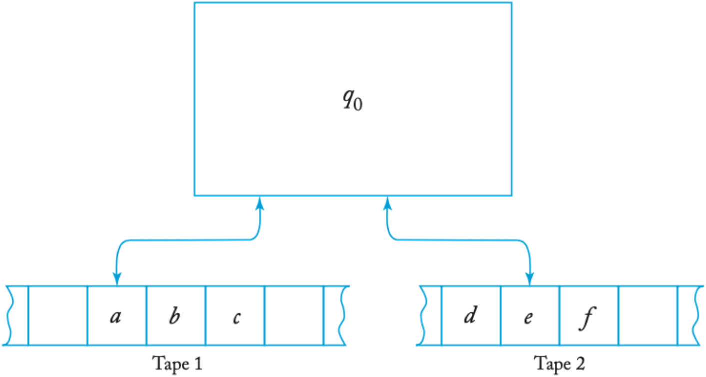

Figure 4: Máquina de Turing con dos cintas.

Máquinas de Turing Multicintas II

- La definición formal de una máquina de Turing de varias cintas va más allá de la Definición 1, ya que requiere una función de transición modificada.

- Normalmente, definimos una máquina de n cintas por $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \Box, F)$, donde $Q, \Sigma, \Gamma, q_0, F$ son como en la Definición 1, pero

$$\delta : Q \times \Gamma^n \to Q \times \Gamma^n \times \{L, R\}^n$$

especifica lo que sucede en todas las cintas.

- Normalmente, definimos una máquina de n cintas por $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \Box, F)$, donde $Q, \Sigma, \Gamma, q_0, F$ son como en la Definición 1, pero

$$\delta : Q \times \Gamma^n \to Q \times \Gamma^n \times \{L, R\}^n$$

  especifica lo que sucede en todas las cintas.
- Por ejemplo, si $n = 2$, con la configuración actual que se muestra en la Figura 4, entonces

$$\delta(q_0, a, e) = (q_1, x, y, L, R)$$

  se interpreta de la siguiente manera.

Máquinas de Turing Multicintas III

$$\delta(q_0, a, e) = (q_1, x, y, L, R)$$

- La regla de transición se puede aplicar sólo si la máquina está en el estado q_0 y la primera cabeza de lectura y escritura ve una a y la segunda una e.

Máquinas de Turing Multicintas III

$$\delta(q_0, a, e) = (q_1, x, y, L, R)$$

- El símbolo de la primera cinta será reemplazado por una x y su cabeza de lectura y escritura se moverá hacia la izquierda.

Máquinas de Turing Multicintas III

$$\delta(q_0, a, e) = (q_1, x, y, L, R)$$

- Al mismo tiempo, el símbolo de la segunda cinta se reescribe como y y la cabeza de lectura y escritura se mueve hacia la derecha.

$$\delta(q_0, a, e) = (q_1, x, y, L, R)$$

- Luego, la unidad de control cambia su estado a q_1 y la máquina pasa a la nueva configuración que se muestra en la Figura 5.

Máquinas de Turing Multicintas IV

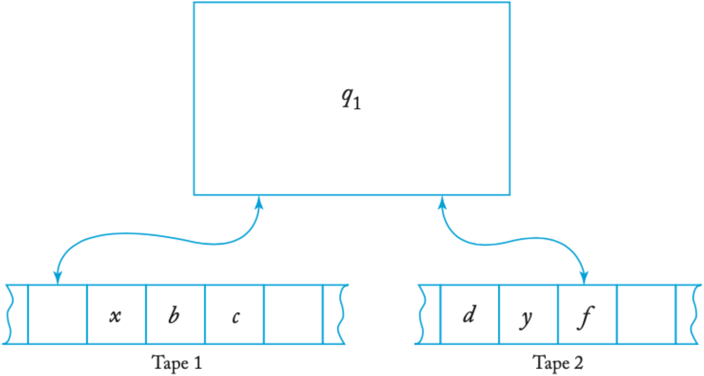

Figure 5: Resultado de aplicar la regla de transición $\delta(q_0, a, e) = (q_1, x, y, L, R)$ a la configuración de la Figura 4.

- Para mostrar la equivalencia entre las máquinas de Turing estándar y de múltiples cintas, argumentamos que cualquier máquina de Turing de múltiples cintas M puede ser simulada por una máquina de Turing estándar $\widehat{M}$ y, a la inversa, que cualquier máquina de Turing estándar puede ser simulada por una de múltiples cintas.

Máquinas de Turing Multicintas V

- La segunda parte de esta afirmación no necesita elaboración, ya que siempre podemos optar por ejecutar una máquina de varias cintas con sólo una de sus cintas haciendo un trabajo útil.

Máquinas de Turing Multicintas V

- La simulación de una máquina de varias cintas por una con una sola cinta es un poco más complicada, pero conceptualmente sencilla.

- Considere, por ejemplo, la máquina de dos cintas en la configuración que se muestra en la Figura 6.

- La máquina de simulación de una sola cinta tendrá cuatro pistas (Figura 7).

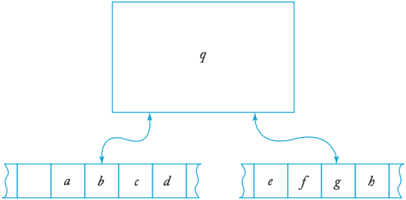

Figure 6: Máquina de Turing con dos cintas.

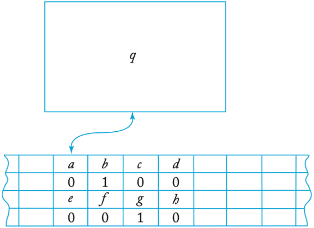

Figure 7: Máquina de simulación con una sola cinta y cuatro pistas correspondiente a la Figura 6.

Máquinas de Turing Multicintas VIII

- La primera pista representa el contenido de la cinta 1 de M.

Máquinas de Turing Multicintas VIII

- La parte que no está en blanco de la segunda pista tiene todos ceros, excepto por un solo 1 que marca la posición de la cabeza de lectura y escritura de M.

- Las pistas 3 y 4 juegan un papel similar para la cinta 2 de M. La figura 7 deja claro que, para las configuraciones relevantes de $\widehat{M}$ (es decir, las que tienen la forma indicada), existe una única configuración correspondiente de M.

Máquinas de Turing Multicintas VIII

- La representación de una máquina de varias cintas mediante una máquina de una sola cinta es similar a la que se utiliza en la simulación de una máquina fuera de línea.

Máquinas de Turing Multicintas VIII

- Los pasos reales de la simulación también son muy parecidos, con la única diferencia de que hay que considerar más cintas.

Máquinas de Turing Multicintas IX

- El esquema dado para la simulación de máquinas fuera de línea se traslada a este caso con modificaciones menores y sugiere un procedimiento mediante el cual la función de transición $\widehat{\delta}$ de $\widehat{M}$ puede construirse a partir de la función de transición δ de M.

Máquinas de Turing Multicintas IX

- Para que la construcción sea precisa, se necesita mucha escritura.

Máquinas de Turing Multicintas IX

- Ciertamente, los cálculos de $\widehat{M}$ dan la apariencia de ser largos y elaborados, pero esto no influye en la conclusión.

Máquinas de Turing Multicintas IX

- Todo lo que se puede hacer en M también se puede hacer en $\widehat{M}$.

Máquinas de Turing Multicintas IX

- Es importante tener en cuenta el siguiente punto.

Máquinas de Turing Multicintas IX

- Cuando afirmamos que una máquina de Turing con múltiples cintas no es más poderosa que una estándar, solo estamos haciendo una declaración sobre lo que pueden hacer estas máquinas, en particular, qué lenguajes pueden ser aceptados.

Ejemplo 1

Considere el lenguaje $\{a^n b^n\}$. En el ejemplo 9.7, describimos un método laborioso por el cual este lenguaje puede ser aceptado por una máquina de Turing con una cinta. El uso de una máquina de dos cintas facilita mucho el trabajo.

- Suponga que se escribe una cadena inicial $a^n b^m$ en la cinta 1 al comienzo del cálculo.

Ejemplo 1

Considere el lenguaje $\{a^n b^n\}$. En el ejemplo 9.7, describimos un método laborioso por el cual este lenguaje puede ser aceptado por una máquina de Turing con una cinta. El uso de una máquina de dos cintas facilita mucho el trabajo.

- Luego leemos todas las as y las copiamos en la cinta 2.

Máquinas de Turing Multicintas X

Ejemplo 1

Considere el lenguaje $\{a^n b^n\}$. En el ejemplo 9.7, describimos un método laborioso por el cual este lenguaje puede ser aceptado por una máquina de Turing con una cinta. El uso de una máquina de dos cintas facilita mucho el trabajo.

- Cuando llegamos al final de las as, comparamos las bs de la cinta 1 con las as copiadas de la cinta 2.

Ejemplo 1

Considere el lenguaje $\{a^n b^n\}$. En el ejemplo 9.7, describimos un método laborioso por el cual este lenguaje puede ser aceptado por una máquina de Turing con una cinta. El uso de una máquina de dos cintas facilita mucho el trabajo.

- De esta manera, podemos determinar si hay un número igual de as y bs sin movimientos repetidos hacia adelante y hacia atrás de la cabeza de lectura y escritura.

□

Observación 1

Recuerde que los diversos modelos de máquinas de Turing se consideran equivalentes sólo con respecto a su capacidad para hacer cosas, no con respecto a la facilidad de programación o cualquier otra medida de eficiencia que podamos considerar.

Ejercicios

1. Defina lo que se podría llamar una máquina de Turing fuera de línea de varias cintas y describa cómo puede ser simulada por una máquina de Turing estándar.