Definición

Sea $G = (V, E)$ *grafo no dirigido simple con* $n = |V|$ *y* $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$. *Se define la* **matriz de adyacencia** *de* G *como*

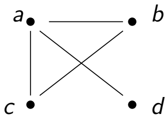
$$A_G = (a_{ij})$$

donde

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & si\ \{v_i, v_j\} \in E \\ 0 & otro\ caso. \end{cases}$$

Ejemplo

Sea G el grafo



Calcular su matriz de adyacencia

Sol.

$$A_G = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Ejemplo

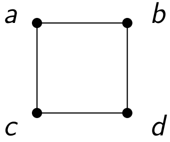
Dibujar el grafo con matriz de adyacencia

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Sol. Numeramos los vértices: a, b, c, d. Luego

$$A_G = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

De donde obtenemos que el grafo G es



Definición

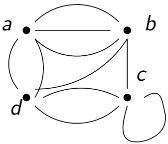
Sea $G = (V, E)$ un pseudografo no dirigido (con bucles y/o aristas múltiples posiblemente). Se define la **matriz de adyacencia** *de G como*

$$A_G = (a_{i,j})$$

donde $a_{i,j}$ es el número aristas (múltiples) entre los vértices v_i y v_j.

Ejemplo

Sea

$G:$ 

$$A_G = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Nótese que A_G es simétrica para G grafo no dirigido.

Definición

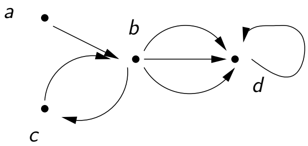
Sea $G = (V, E)$ *multigrafo dirigido con* $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$. *Se define la* **matriz de adyacencia** *de* G *como*

$$A_G = (a_{ij})$$

donde $a_i j$ *es el número de aristas que inician en el vértice* v_i *y finalizan en* v_j.

Ejemplo

G :



$$
A_G = \begin{array}{c c}
 & \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\
\begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
\end{array}
$$

Com puede notarse del ejemplo anterior, la matriz de adyacencia A_G no es necesariamente siétrica cuando G es grafo dirigido.

Definición

Sea $G = (V, E)$ *grafo no dirigido con* $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$, $n = |V|$ *y* $E = \{e_1, \ldots, e_m\}$ *con* $m = |E|$. *La* **matriz de incidencia** *de* G *es*

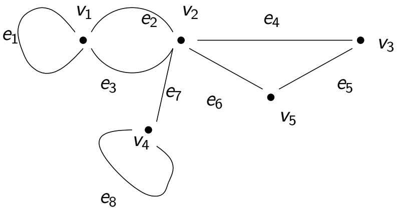
$$M = (m_{ij})$$

donde

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } e_j \text{ incide con } v_i \\ 0 & \text{otro caso.} \end{cases}$$

Ejemplo

Sea



$$M_G = \begin{array}{c} \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 & e_7 & e_8 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

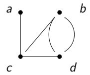
Tarea

1. *Representar los siguientes grafos mediante su matriz de adyacencia*
   1.1 K_5
   1.2 C_4
   1.3 W_4
   1.4 Q_3
2. *Dibujar el grafo cuya matriz de adyacencia es:*
3. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

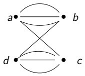
5. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

6. Representar el grafo correspondiente mediante su matriz de adyacencia

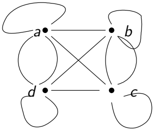
   6.1



   6.2



   6.3



7. Dibujar el grafo dirigido representado por la matriz de adyacencia correspondiente.

 7.1 $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$

 7.2 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

 7.3 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

8. Hallar la matriz de adyacencia de los grafos

 8.1 K_n

 8.2 C_n

 8.3 W_n