

Subfórmulas

Definición

1. Si p es un predicado n -ario y t_1, \dots, t_n términos, entonces la única subfórmula de $p(t_1, \dots, t_n)$ es $p(t_1, \dots, t_n)$.
2. Si \mathcal{F} es fórmula, las subfórmulas de $\neg\mathcal{F}$ son $\neg\mathcal{F}$, \mathcal{F} y las subfórmulas de \mathcal{F} .
3. Si $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2$ son fórmulas, las subfórmulas de $\mathcal{F}_1 \wedge \mathcal{F}_2$, $\mathcal{F}_1 \vee \mathcal{F}_2$, $\mathcal{F}_1 \rightarrow \mathcal{F}_2$, $\mathcal{F}_1 \leftrightarrow \mathcal{F}_2$ son las fórmulas mismas y las subfórmulas de \mathcal{F}_1 y \mathcal{F}_2 .
4. Si \mathcal{F} es fórmula, las subfórmulas de $\exists x. \mathcal{F}$ y $\forall x. \mathcal{F}$ son la fórmula misma y las subfórmulas de \mathcal{F} .
5. Una **subfórmula estricta** excluye a la fórmula misma.

Definición

Los **subtérminos** de una fórmula en FOL son:

1. el único subtérmino de una constante a o una variable x es a y x respectivamente;
2. los subtérminos de $f(t_1, \dots, t_n)$ son el término mismo y los subtérminos de t_1, \dots, t_n .

Ejemplo

Sea

$$\mathcal{F} : \forall x. p(f(x), y) \rightarrow \forall y. p(f(x), y).$$

Las subfórmulas de \mathcal{F} son:

- ▶ \mathcal{F}
- ▶ $p(f(x), y) \rightarrow \forall y. p(f(x), y)$
- ▶ $p(f(x), y)$
- ▶ $\forall y. p(f(x), y)$
- ▶ $p(f(x), y)$

Ejemplo

Los subtérminos de

$$g(f(x), f(h(f(x))))$$

son

- ▶ $g(f(x), f(h(f(x))))$
- ▶ $f(x)$
- ▶ $f(h(f(x)))$
- ▶ $h(f(x))$
- ▶ $f(x)$
- ▶ x

A veces se pueden traducir afirmaciones en español a fórmulas de FOL.

Ejemplo

- ▶ Cada perro tiene su día.

$$\forall x. \text{perro}(x) \rightarrow \exists y. \text{dia}(y) \wedge \text{EsSuDia}(x, y)$$

- ▶ Algunos perros tiene más días que otros.

$$\exists x, y. \text{perro}(x) \wedge \text{perro}(y) \wedge \#dias(y) > \#dias(x)$$

- ▶ Todos los gatos tienen más días que los perros.

$$\forall x, y. \text{perro}(x) \wedge \text{gato}(y) \rightarrow \#dias(y) > \#dias(x)$$

- ▶ Fido es un perro, Silvestre es un gato. Fido tiene menos días que Silvestre.

$$\text{perro}(\text{Fido}) \wedge \text{gato}(\text{Silvestre}) \wedge \#dias(\text{Fido}) < \#dias(\text{Silvestre})$$

- ▶ La longitud de uno de los lados de un triángulo es mayor que la suma de las longitudes de los otros dos.

$$\forall x, y, z. \text{LadosTriangulo}(x, y, z) \rightarrow \text{Long}(x) < \text{Long}(y) + \text{Long}(z)$$

Tarea

Codifique las siguientes afirmaciones con fórmulas de FOL.

- 1. Algunos días son más largos que otros.*
- 2. En todo el mundo sólo hay un lugar que puedo llamar hogar.*
- 3. La madre de mi madre es my abuela.*
- 4. La intersección de dos conjuntos convexos es un conjunto convexo.*