En las producciones hay símbolos de un alfabeto $\Sigma$. Tales se llaman **terminales** para indicar que no son suceptibles a ser substituidos. Los símbolos que sí pueden serlo se llaman **no terminales**. El símbolo inicial $S$ es siempre no terminal.
La generación de cadenas se hace de izquierda a derecha, por lo que en las producciones, los símbolos no terminales deben de aparecer a la derecha.

### Definición

*En la producción*

$$A \to \gamma$$

*$A$ se llama* **cabeza de la producción** *y $\gamma$ se llama* **cuerpo de la producción**.

## Definición

*Una* **gramática regular** *es una 4-tupla,*

$$G = (\Sigma, N, S, P)$$

*donde*

- $\Sigma$ *es un alfabeto*
- $N$ *un conjunto finito de símbolos no terminales*
- $S \in N$ *llamado* **símbolo inicial**
- $P$ *es una colleción de reglas de substitución llamadas* **poducciones** *que son de la forma*

  $$A \to \gamma$$

  *con* $A \in N$ *y* $\gamma \in (\Sigma \cup N)^*$ *tal que*

  1. $\gamma$ *tiene un no terminal como máximo*
  2. *si* $\gamma$ *contiene un no terminal, este está en el extremo derecho.*

Se pude decir que en la producción $A \to \gamma$, $\gamma \in \Sigma^*(N \cup \epsilon)^*$ con $\epsilon$ terminal.

### Definición

*El* **lenguaje generado por** *$G$ se denota por $L(G)$ y este es*

$$L(G) = \{w \in \Sigma^* \mid S \overset{*}{\Rightarrow} w\}$$

## Ejemplo

Sea $G = (\Sigma, N, S, P)$ gramática regular donde

$$\Sigma = \{a, b\}, \quad N = \{S, A\}$$

y las producciones son

$$\begin{aligned} P: \quad S &\to bA \\ A &\to aaA \,|\, b \,|\epsilon \end{aligned}$$

entonces

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow bA \\ &\Rightarrow baa \\ &\Rightarrow baab \end{aligned}$$

por lo que $baab \in L(G)$. También,

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow bA \\
&\Rightarrow baaA \\
&\Rightarrow baaaaA \\
&\Rightarrow baaaab
\end{aligned}
$$

, $b(aa)^2 b \in L(G)$. En general,

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow bA \\
&\Rightarrow baaA \\
&\Rightarrow b(aa)^2 A \\
&\vdots \\
&\Rightarrow b(aa)^n A \\
&\Rightarrow b(aa)^n b
\end{aligned}
$$

por lo que

$$\forall n \geq 1, ba^{2n}b = b(aa)^n b \in L(G).$$

También

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow bA \\
&\Rightarrow baaA \\
&\Rightarrow b(aa)^2A \\
&\vdots \\
&\Rightarrow b(aa)^nA \\
&\Rightarrow b(aa)^n\epsilon = b(aa)^n = ba^{2n} \in L(G).
\end{aligned}
$$

Nótese que

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow bA \\
&\Rightarrow b\epsilon = b \in L(G)
\end{aligned}
$$

y

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow bA \\
&\Rightarrow bb = b^2 \in L(G)
\end{aligned}
$$

por lo que

$$b(a^2)^*(\epsilon \cup b) = b(a^2)^* \cup b(a^2)^*b \subseteq L(G)$$

Recíprocamente $L(G) \subseteq b(a^2)^*(\epsilon \cup b)$, porque si $w \in L(G)$,

$$S \Rightarrow bA \Rightarrow \cdots \Rightarrow w_1 \Rightarrow w$$

donde las primeras derivaciones $S \Rightarrow bA \Rightarrow \cdots \Rightarrow w_1$ ninguna de ellas proviene de aplicar $A \rightarrow by$/ó $A \rightarrow \epsilon$. Es decir, éstas derivaciones resultan de aplicar la producción $A \rightarrow aaA$. Por lo que

$$w_1 = b(aa)^{k-1}A$$

donde $k$ es el número de derivaciones aplicadas. Luego,

$$S \Rightarrow bA \Rightarrow \cdots \Rightarrow b(aa)^{k-1}A \Rightarrow w$$

donde la última derivación es de $A \rightarrow b$ ó $A\epsilon$. Se deduce que

$$w = b(aa)^{k-1}b \text{ ó } w = b(aa)^{k-1.}$$

Así $w \in b(a^2)^*b \cup b(a^2)^*$.