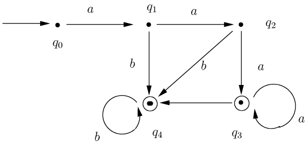
## Ejemplo

Calcule el lenguaje aceptado por el siguiente autómata.




**Sol.** Tenemos que

$$
\begin{aligned}
A_0 &= aA_1 \\
A_1 &= aA_2 \cup bA_4 \\
A_2 &= aA_3 \cup bA_4 \\
A_3 &= \epsilon \cup aA_3 \cup bA_4 \\
A_4 &= \epsilon \cup bA_4 = bA_4 \cup \epsilon
\end{aligned}
$$

entonces, por el lema de Arden, como $\epsilon \notin \{b\}$,

$$A_4 = b^*\epsilon = b^*$$

$$
\begin{aligned}
A_3 &= aA_3 \cup (\epsilon \cup bb^*) \\
&= aA_3 \cup b^*
\end{aligned}
$$

lo que implica,

$$A_3 = a^* b^*$$

y

$$
\begin{aligned}
A_2 = &= aa^* b^* \cup bb^* \\
&= a^+ b^* \cup b^+
\end{aligned}
$$

$$A_1 = aa^+ b^* \cup ab^* \cup bb^*$$

por lo tanto,

$$A_0 = a^2 a^+ \cup a^2 b^* \cup ab^+$$

El lema de Arden garantiza que

### Lema

*Sea $M$ un AF. Existe $r$ una expresión regular tal que*

$$L(M) = L(r).$$

y en consecuencia,

### Teorema (Kleen)

*Un lenguaje $L$ es regular si y sólo si $L$ es aceptado por algún autómata.*

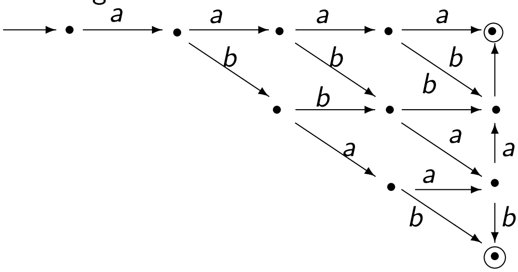
## Tarea

1. *Obtener un AFN para* $(aa \cup b)^*(bb \cup a)^*$ *a partir de los AFN que aceptan* $\{a\}$ *y* $\{b\}$*.*
2. *Obtener un AFN para*

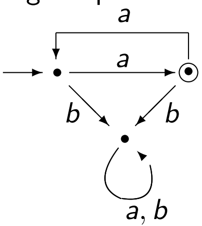
$$((a \cup b)(a \cup b))^* \cup ((a \cup b)(a \cup b)(a \cup b))^*$$

   *a partir de los AFN para* $\{a\}$ *y* $\{b\}$*.*
3. *Si* $M = (Q, \Sigma, s, F, \delta)$ *es un autómata finito determinista, entonces el complemento de* $L(M)$ *[es decir* $\Sigma^* - L(M)$*] es aceptado por el autómata* $M' = (Q, \Sigma, s, Q - F, \delta)$*. ¿Es* $M'$ *un AFD o un AFN? Obtener un AFD que acepte* $ab^*ab$*. Obtener un autómata finito que acepte* $\{a, b\}^* - ab^*ab$*.*

4. Obtener una expresión regular para el lenguaje aceptado por el autómata finito siguiente:

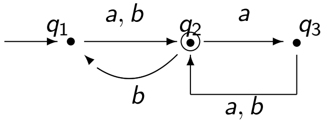



5. Obtener una expresión regular para el AFD siguiente:

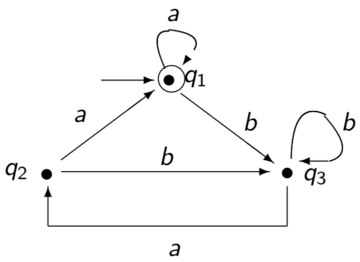


6. Obtener una expresión regular para los lenguajes aceptados por cada uno de los autómatas siguientes:

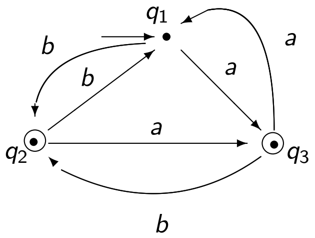
6.1



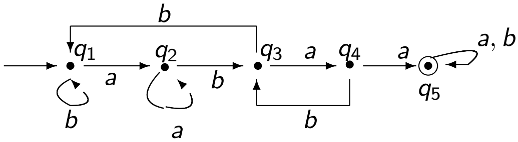

6.2



6. 6.3




6.4




6.5