Hemos construido un nuevo AFD $M' = (Q', \Sigma', s', F', \delta')$ donde

$$Q' = \{\{q_0\}, \varnothing, \{q_1, q_2\}, \{q_3\}, \{q_2\}\}$$
$$\Sigma' = \Sigma \text{ el alfabeto inicial}$$
$$s' = \{s\} F' = \{\{q_1, q_2\}, \{q_3\}\}$$

y la función de transición es

δ'	a	b
$\{q_0\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\varnothing$
$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
$\{q_1, q_2\}$	$\varnothing$	$\{q_3\}$
$\{q_3\}$	$\{q_2\}$	$\varnothing$
$\{q_2\}$	$\varnothing$	$\{q_3\}$

Donde M' es equivalente a M.

Teorema

Sea $M = (Q, \Sigma, s, F, \Delta)$ *un AFN. Entonces existe* $M' = (Q', \Sigma', s', F', \delta')$ *un AFD equivalente a* M.

Dem. Sea 2^Q el conjunto potencia de Q, esto es 2^Q es la colección de todos los subconjuntos de Q. Se define M' como sigue:

$$Q' = 2^Q$$
$$\Sigma' = \Sigma$$
$$s' = \{s\}$$
$$F' = \{S \subseteq Q \mid S \cap F \neq \varnothing\}$$

$$\delta' : Q' \times \Sigma \to \Sigma, \quad \delta'(S, \sigma) = \Delta(S, \sigma)$$

Por demostrar que $L(M') = L(M)$. Probaremos que

$$w \in \Sigma^* \text{ es aceptada por } M' \Leftrightarrow w \text{ es aceptada por } M$$

Una cadena $w \in \Sigma^*$ es aceptada por $M' \Leftrightarrow \delta'(s', w)$ es un estado de aceptación de $M' \Leftrightarrow \delta(s', w) \cap F \neq \varnothing \Leftrightarrow \Delta(s, w) \cap F \neq \varnothing \Leftrightarrow w \in L(M)$.

Tarea

En las siguientes tablas, los estados iniciales están marcados con una flecha y los estados finales con un asterisco:

1. *Convertir el siguiente AFN a AFD:* $\Sigma = \{0, 1\}$

Δ	0	1
$\rightarrow p$	$\{p, q\}$	$\{p\}$
q	$\{r\}$	$\{r\}$
r	$\{s\}$	$\varnothing$
$*s$	$\{s\}$	$\{s\}$

2. *Convertir el siguiente AFN a AFD:* $\Sigma = \{0, 1\}$

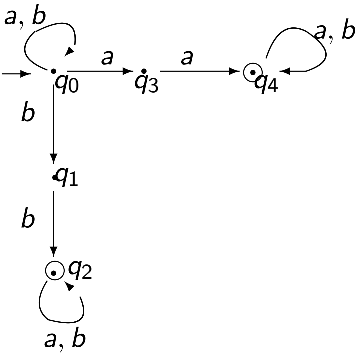
Δ	0	1
$\rightarrow p$	$\{q, s\}$	$\{q\}$
$*q$	$\{r\}$	$\{q, r\}$
r	$\{s\}$	$\{p\}$
$*s$	$\varnothing$	$\{p\}$

3. Convertir el siguiente AFN a AFD y describir informalmente el lenguaje que acepta: $\Sigma = \{0, 1\}$:

Δ	0	1
$\rightarrow p$	$\{p, q\}$	$\{p\}$
q	$\{r, s\}$	$\{t\}$
r	$\{p, r\}$	$\{t\}$
$*s$	$\varnothing$	$\varnothing$
$*t$	$\varnothing$	$\varnothing$

Tarea

1. *Calcule todas las transiciones (desde el estado inicial) dadas por las cadenas babba y aabaaaba para determinar si son aceptadas por el autómata*

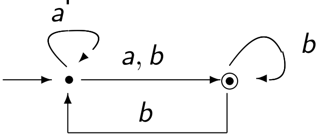


2. Sea M el AFN dado por $Q = \{q_0, q_1\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $s = q_0$, $F = \{q_1\}$ y Δ dada por

Δ	a	b
q_0	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$
q_1	$\varnothing$	$\{q_0, q_1\}$

determinar si a^2b, ba y b^2a están en $L(M)$. Dibujar el diagrama de transición para M.

3. Construir el AFD correspondiente al AFN dado por



¿qué lenguaje acepta dicho autómata?

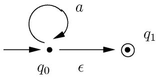
5. Supongamos que M es un AFN que ya es determinista. ¿Qué se obtendrá si tratamos de convertirlo en un AFD, según el algoritmo expuesto?

ϵ-transiciones

Se puede extender la definición de los AFN para incluir transiciones que no dependan de ninguna entrada y sin consumir ningún símbolo. Tales se llaman *ϵ-transiciones*.

Ejemplo

Sea M el autómata



entonces $a^2 \in L(M)$ pues

$$\begin{aligned}
\Delta(q_0, a^2) &= \Delta(\Delta(q_0, a), a) \\
&= \Delta(\{q_0\}, a) \\
&= \Delta(\{q_0\}, a\epsilon) \\
&= \Delta(\Delta(\{q_0\}, a), \epsilon) \\
&= \Delta(\{q_0\}, \epsilon) = \{q_1\}
\end{aligned}$$

Hemos usado que $a^2 = a^2\epsilon$. Pero también $a^2 = a\epsilon a$; así

$$\begin{aligned}
\Delta(q_0, a^2) &= \Delta(q_0, a\epsilon a) \\
&= \Delta(\Delta(q_,0, a), \epsilon a) \\
&= \Delta(\Delta(q_0, a), \epsilon a) \\
&= \Delta(\{q_0\}, \epsilon a) \\
&= \Delta(\Delta(\{q_0\}, \epsilon), a) \\
&= \Delta(\{q_1\}, a) \\
&= \varnothing
\end{aligned}$$

También $a^2 = \epsilon a\epsilon a$ ó $a^2 = aa\epsilon$, etcétera. Así, siempre en cualquier palabra w se puede introducir ϵ y en su análisis de aceptación w puede no consumir, por ϵ, ningún símbolo del alfabeto.