Si $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \in \Sigma$ y q_0 es estado inicial, el estado resultante de analizar la cadena $\sigma_1\sigma_2\sigma_3$ es, formalmente,

$$\delta(\delta(\delta(q_0, \sigma_1), \sigma_2), \sigma_3)$$

esta aplicación se abreviará como

$$\delta(q_0, \sigma_1\sigma_2\sigma_3)$$

más generalmente:

Definición

Sea q_i un estado. Se definen

1. $\delta(q_i, \epsilon) = q_i$
2. *Si $w \in \Sigma^*$ y $w = aw'$ con $a \in \Sigma$ y $w' \in \Sigma^*$, entonces*

$$\delta(q_, aw') = \delta(\delta(q_i, a), w')$$

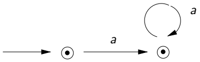
Definición

Sean M_1, M_2 dos AFD. Se dice que M_1 es equivalente a M_2 si

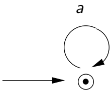
$$L(M_1) = L(M_2)$$

Ejemplo

Pongamos $\Sigma = \{a\}$. Sea M_1 el autómata finito determinista dado por



y M_2 el dado por



Es fácil ver que $L(M_1) = a^*$. También $L(M_2) = a^*$. Luego $L(M_1) = L(M_2)$ y así M_1 es equivalente a M_2

Tarea

1. *Sea* $M = (Q, \Sigma, s, F, \delta)$ *dado por*

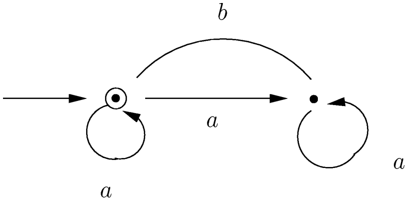
$$
\begin{aligned}
Q &= \{q_0, q_1, q_2, q_3\} \\
\Sigma &= \{0, 1\} \\
F &= \{q_0\} \\
s &= q_0
\end{aligned}
$$

y δ *dada por la tabla*

δ	*0*	*1*
q_0	q_2	q_1
q_1	q_3	q_0
q_2	q_0	q_3
q_3	q_1	q_2

Construir el diagrama de transición. Obtener la secuencia de estados por lo que se pasa para aceptar la cadena 110101 *(el carácter del extremo izquierdo es el primero en ser analizado).*

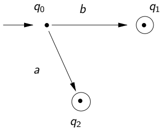
2. ¿ La siguiente figura es un diagrama de transición correspondiente a un AFD? Por qué si o por qué no.



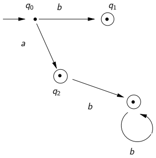
Automatas finitos no deterministas

Ejemplo

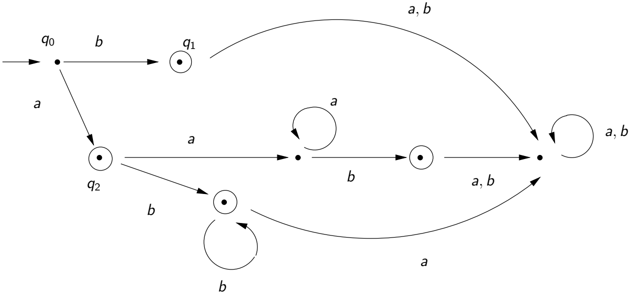
Diseñemos un AFD que sólo acepte a $a^*b \cup ab^*$. Notemos que el lenguaje $a^*b \cup ab^*$ está formado por las palabras w que tienen sufijo b o prefijo a. Las palabras a y b deben de ser aceptadas, lo que sugiere



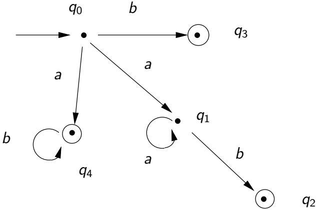
también las palabras que después de a le siguen alguna potencia de b deben de ser aceptadas. Por lo que añadimos



Cualesquiera otras palabras diferentes a las de los modelos anteriores deben de ser rechazadas



Nótese que no es claro que el lenguaje $a^*b \cup ab^*$ sea exactamente el aceptado por éste autómata. Sería más fácil si se permitiera:



pero éste no en un AFD sino un *autómata finito no determinista*.

Definición

Un **autómata finito no determinista** *(AFN) es* $M = (Q, \Sigma, s, F, \Delta)$ *donde*

1. $Q = \{q_0, \ldots, q_n\}$ *es conjunto finito de estados.*
2. $|$*Sigma un alfabeto.*
3. $s \in Q$ *estado inicial.*
4. $F \subset Q$ *estados finales.*
5. Δ *es una relación de* $Q \times \Sigma$ *en* Q*, es decir,*

$$\Delta \subseteq (Q \times \Sigma) \times Q$$

Lo anterior significa que Δ no es una función, pero casi lo es; queremos decir, que si $q \in Q$ y $\sigma \in \Sigma$, entonces $\Delta(q, \sigma)$ no es un sólo elemento, sino todo un conjunto:

$$\Delta(q, \sigma) \subseteq Q \quad .$$

Ejemplo

En el autómata finito no determinista anterior (ejemplo 2) tenemos que

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$$
$$\Sigma = \{a, b\}$$
$$s = q_0$$
$$F = \{q_2, q_3, q_4\}$$

y Δ está descrita por lo siguiente tabla:

Δ	a	b
q_0	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_3\}$
q_1	$\{q_2\}$	q_2
q_2	$\varnothing$	$\varnothing$
q_3	$\varnothing$	$\varnothing$
q_4	$\varnothing$	$\{q_4\}$

Ejemplo

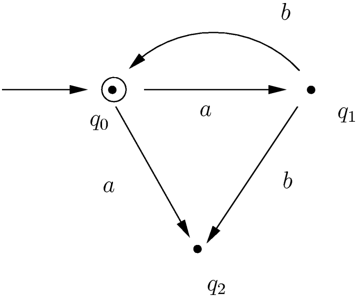
Sea $M = (Q, \Sigma, s, F, \Delta)$ un AFN dado por

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}, \quad \Sigma = \{a, b\}$$
$$s = q_0, \quad F = \{q_0\}$$

y relación de transición dada por

Δ	a	b
q_0	$\{q_1\}$	$\varnothing$
q_1	$\varnothing$	$\{q_0, q_2\}$
q_2	$\{q_0\}$	$\varnothing$

Con estos datos se puede dibujar el diagrama de transición:



de donde se puede ver que M acepta a $(ab)^*$ y también a $(aba)^*$. Aún más, acepta a $((ab)^*(aba)^*)^* = (ab \cup aba)^*$. Se puede mostrar que

$$L(M) = ((ab)^*(aba)^*)^*$$

Después, basados en el lema de Arden, daremos un algoritmo para comprobar igualdades de este tipo.