Autómata finito

Estudiaremos lenguajes *formales*, esto es "matemáticos"; no confundirlos con los lenguajes *naturales*, que son los que habla la gente.
Los lenguajes se forman de *palabras* y las palabras se forman de símbolos de un *alfabeto*.

Definición

Un **alfabeto** Σ *es un conjunto no vacío y finito de símbolos.*

Ejemplo

El conjunto
$\Sigma = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$
es un alfabeto llamado *alfabeto inglés*.

Ejemplo

El conjunto $\Sigma = \{\alpha, \beta, \delta\}$ es un alfabeto.

Ejemplo

El conjunto $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ es un alfabeto.

Definición

Una **palabra ó cadena** *sobre el alfabeto* Σ *es una sucesión finita de símbolos de* Σ*.*

Ejemplo

La secuencia *program* es una palabra sobre el alfabeto inglés. También *digit*, *hda* y *quetzal* son palabras sobre el alfabeto inglés, así como *bxweh*.

En las sucesiones el orden es importante. Esto es, las palabras *aba* y *aab* se forman de los mismos símbolos: dos a y una b, pero su orden de aparición es diferente, por lo que

$$aba \neq aab.$$

Este es un hecho general.

Así como en la teoría de conjuntos hay que aceptar a la colección vacía como un conjunto (el conjunto vacío $\varnothing$), en la teoría de lenguajes formales hay que aceptar a la *palabra vacía* como una palabra genuina.

Definición

Si Σ es un alfabeto, **la cadena vacía** ϵ *es una palabra sobre Σ.*

Enseguida definimos nuestro principal objeto de estudio.

Definición

*Un **lenguaje** A sobre un alfabeto Σ es un conjunto de palabras sobre Σ.*

Ejemplo

Sea $A = \{1, 12, 123, 1234, 123456, 0\}$. El conjunto A es un lenguaje sobre el alfabeto $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. El conjunto $B = \{1, 11, 111, 1111, \ldots\}$ es también un lenguaje (infinito) sobre Σ. Resulta que también $\varnothing$ es un lenguaje sobre Σ.

No debemos confundir a la palabra vacía ϵ con el lenguaje vacío:

$$\epsilon \neq \varnothing.$$

Esta no igualdad será evidente cuando estudiemos las operaciones sobre lenguajes. Resulta que la palabra vacía ϵ tiene propiedades muy diferentes a las del lenguaje vacío $\varnothing$.

Ejemplo

El conjunto $A = \{a, ab, aab, aaab, \ldots\}$ es un lenguaje (infinito) sobre el alfabeto inglés $\Sigma = \{a, b, \ldots, z\}$. También $B = \{\epsilon\}$ es un lenguajes sobre Σ así como también $\varnothing$ es un lenguaje sobre el alfabeto inglés.

Dado un alfabeto Σ uno puede considerar todas las posibles palabras formadas por tal alfabeto. Se obtiene entonces un *lenguaje universal*.

Definición

Si Σ es un alfabeto, la **cerradura de Σ** *ó* **lenguaje universal** *sobre Σ se denota con*

$$\Sigma^*$$

y este es el conjunto de todas las palabras sobre Σ:

$$\Sigma^* = \{w \,|\, w \text{ es una palabra sobre } \Sigma\}.$$

Nótese que

$$\forall \Sigma \text{ alfabeto }, \quad \epsilon \in \Sigma^*.$$

Ejemplo

Si $\Sigma = \{1\}$, entonces

$$\Sigma^* = \{\epsilon, 1, 11, 111, 1111, \ldots\}$$