Ambigüedad en el Cálculo-λ Puro

José de Jesús Lavalle Martínez

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Facultad de Ciencias de la Computación
Fundamentos de Lenguajes de Programación CCOS 255

Definición 1

El conjunto de términos-λ, denotado por Λ, se define inductivamente mediante las siguientes cláusulas.

- una variable x es un término-λ,
- si M es un término-λ, entonces $(\lambda x.M)$ es un término-λ llamado **abstracción-**λ,
- si M y N son términos-λ, entonces (MN) es un término-λ llamado **aplicación**.

Note que de acuerdo a la definición (1) abstracción y aplicación introducen paréntesis, lo que puede afectar la legibilidad de los términos-λ. Por ello, adoptaremos algunas convenciones para omitir algunos paréntesis, pero sólo lo haremos si su omisión no causa ambigüedad. Las convenciones que asumiremos son las siguientes:

1. Omitimos los paréntesis más externos, y escribimos MN en lugar de (MN).
2. Se asume que la aplicación es asociativa a la izquierda. Esto es, escribimos (MNP) en lugar de $((MN)P)$. Note que los paréntesis in $M(NP)$ son necesarios.
3. Escribimos $(\lambda x.\lambda y.M)$ en lugar de $(\lambda x.(\lambda y.M))$.
4. Algunas veces se combinan λs consecutivos y escribimos $\lambda xy.M$ en lugar de $\lambda x.\lambda y.M$, o en general $\lambda x_1 \cdots x_n.M$ en lugar de $\lambda x_1. \cdots .\lambda x_n.M$.
5. La abstracción-λ se extiende a la derecha tanto como sea posible. Por ejemplo, escribimos $\lambda x.xx$ en lugar de $\lambda x.(xx)$ o en general $(\lambda x.MN)$ en lugar de $(\lambda x.(MN))$.

Observación 2

La ambigüedad surge porque tenemos términos-λ sin los paréntesis que deberían tener de acuerdo a la sintaxis, es decir, si construimos un término-λ de acuerdo a la Definición 1 nunca habrá ambigüedad.

Ejemplo 3

Sin seguir las convenciones dadas, MNP tiene dos posibles interpretaciones $((MN)P)$ o $(M(NP))$. Pero de acuerdo a nuestras convenciones sabemos que nos referimos a $((MN)P)$. Ya que por la convención 2 la aplicación es asociativa a la izquierda.

Ejemplos I

Ejemplo 4

Sin seguir las convenciones dadas, $(\lambda x.yz)$ tiene dos posibles interpretaciones $((\lambda x.y)z)$ o $(\lambda x.(yz))$. Pero de acuerdo a nuestras convenciones sabemos que nos referimos a $(\lambda x.(yz))$. Ya que por la convención 5 la abstracción-λ se extiende a la derecha tanto como sea posible.

Ejemplos II

Ejemplo 5

Una ambigüedad aparente, $(\lambda x.\lambda y.M)$ pareciera que tiene dos posibles interpretaciones $((\lambda x.\lambda y).M)$ o $(\lambda x.(\lambda y.M))$. Pero la primera posibilidad no es un término-λ, por lo tanto $(\lambda x.(\lambda y.M))$ es el término-λ correcto y aquí no hay ambigüedad; dicho de otra manera, la omisión de paréntesis aplicando la convención 3 no genera ambigüedad.

Ejemplo 5

Una ambigüedad aparente, $(\lambda x.\lambda y.M)$ pareciera que tiene dos posibles interpretaciones $((\lambda x.\lambda y).M)$ o $(\lambda x.(\lambda y.M))$. Pero la primera posibilidad no es un término-λ, por lo tanto $(\lambda x.(\lambda y.M))$ es el término-λ correcto y aquí no hay ambigüedad; dicho de otra manera, la omisión de paréntesis aplicando la convención 3 no genera ambigüedad.

Si M es un término-λ, entonces $(\lambda x.M)$ es un término-λ llamado **abstracción**-λ.

Ejemplos III

Observación 6

La convención 1 sólo quita los paréntesis externos de una aplicación.

Ejemplos III

Observación 7

La convención 4 sólo evita escribir λs consecutivos, listando simplemente las variables involucradas después de haber aplicado la convencion 3.